Aspects mathématiques et cognitifs de la modélisation des structures musicales

(De l'analyse à la génération automatique de musique)

Marc Chemillier

Mémoire en vue de
l'habilitation à diriger des recherches

Université Paris 7
Décembre 2001

L'informatique musicale se divise traditionnellement en deux branches, traitement du signal audio d'un côté, manipulation de structures musicales de l'autre, qui tendent aujourd'hui à se rejoindre sous l'effet de l'augmentation en puissance des ordinateurs. Si dans les années quatre-vingt, les logiciels ne produisaient de la musique que par une connexion à un synthétiseur externe, la plupart d'entre eux traitent aujourd'hui le son numérique, réalisant une véritable intégration de toute la chaîne de production de musique. Ce phénomène s'accélère avec l'utilisation d'Internet pour la diffusion de musique, qui encourage le raccordement des ordinateurs domestiques aux chaines hifi. Ainsi la frontière entre musique et informatique tend-elle à devenir un carrefour d'expérimentations de plus en plus riche.

Mon travail se situe précisément à cette frontière, dans la mesure où je m'intéresse à la modélisation informatique des structures musicales. Un tel sujet d'étude requiert un équilibre délicat entre les points de vue informatique et musical, le risque d'une approche pluridisciplinaire de ce type étant en effet de basculer trop exclusivement vers l'un ou l'autre. Si l'équilibre est rompu au profit du seul point de vue musical, la modélisation se réduit à un jargon « scientifisant » qui obscurcit la réalité plutôt qu'il ne l'éclaire. Dans le cas contraire, elle tourne à vide et perd contact avec la réalité musicale. Mon effort principal porte donc sur la recherche de la *bonne distance focale*, d'où la réalité musicale peut être observée à la fois de manière pénétrante, et avec des moyens authentiquement formalisés. Je n'ai pas essayé d'effectuer des « généralisations à tous prix », ni sur le plan théorique, ni sur le plan musical. Mon but est d'isoler des problèmes musicaux locaux, qui ont un vrai sens musical, et de leur apporter une solution algorithmique complète. L'espoir qui guide cette démarche est que par l'accumulation de ces couples de « problèmes musicaux pertinents » associés à des « solutions informatiques optimales », on parvienne à une meilleur compréhension de ce qu'est la modélisation informatique des structures musicales. La formalisation joue un rôle essentiel dans cette approche, car c'est elle qui permet, en partant des modèles proposés, de construire les solutions par un processus déductif.

La première partie de ce mémoire reprend les éléments de ma thèse de 3ème cycle, consacrée à la formalisation, dans le monoïde libre, de relations élémentaires de succession et de simultanéité entre événements musicaux. J'avais alors déduit de ces deux notions élémentaires des résultats non triviaux de reconnaissabilité par automate fini, que j'avais appliqués à des situation musicales concrètes. La principale conséquence de ce travail était d'établir que la règle de base de la musique sérielle équivaut à un langage rationnel. Des résultats nouveaux obtenus depuis ma thèse sont présentés dans les trois dernières sections de cette première partie, prolongeant ce travail à la fois sur les plans théorique et musical. L'aspect théorique a été développé sous la forme d'une refonte de la théorie à l'aide du concept de *relation d'ordre rationnelle*, qui permet de parvenir à des énoncés plus généraux. L'aspect musical de ce travail s'est enrichi d'une nouvelle application du modèle qui a donné naissance à une théorie des textures de Ligeti.

La deuxième partie, intitulée « Ethnomusicologie et cognition », présente l'application de techniques d'informatique fondamentale à l'analyse des musiques du tradition orale, sous l'angle de leurs propriétés formelles. J'y présente une étude que j'ai réalisée sur des petites formules de harpe d'Afrique centrale, étude qui a révélé l'existence dans cette musique de structures très remarquables. Les enjeux cognitifs de cette découverte m'ont conduit à m'intéresser à l'ethnomathématique, discipline qui traite des structures formelles apparaissant dans les sociétés de tradition orale (par exemple les propriétés géométriques ou topologiques des arts graphiques). Je décris ici un exemple emblématique de cette discipline, qui est emprunté aux dessins sur le sable du Vanuatu et de l'Angola. J'ai entrepris d'appliquer à la musique une approche similaire, en m'intéressant aux répertoires musicaux qui comportent certaines propriétés de structure remarquables. Dans ce sens, j'ai mené une étude sur la combinatoire des rythmes asymétriques d'Afrique centrale décrits par Simha Arom. Enfin je présente un travail récent sur les mathématiques du *sikidy*, une technique de divination pratiquée à Madagascar, au sujet de laquelle j'ai entrepris une enquête d'ordre cognitif sur la manière dont elle est conceptualisée par ses utilisateurs. Ce travail a pris la forme d'un projet de recherche pluridisciplinaire intégré à l'action incitative Cognitique du Ministère de la recherche.

La troisième partie dépasse le cadre de l'analyse musicale, pour aborder celui de la génération automatique de musique. Cette question est replacée dans le contexte des technologies actuelles du *sampling* et de la diffusion de musique par Internet, qui bouleversent les pratiques musicales, et préfigurent ce que l'on pourrait appeler une notion « d'hypermusique », prolongeant celles d'hypertexte ou d'hypermédia. Je décris la construction d'un générateur de remixes algorithmiques permettant le mixage de samples « dynamiques », c'est-à-dire des fragments préenregistrés qui ne sont pas utilisés tels quels, mais transformés selon divers processus harmoniques. Ce système utilise la grammaire de Steedman, qui enrichit des séquences d'accords par des substitutions harmoniques de jazz. Elle a fait l'objet de plusieurs articles dans lesquels les auteurs soulèvent le problème de sa non-implémentabilité (due à la présence de règles contextuelles). Ma contribution montre comment il est possible de résoudre ce problème en formalisant certains aspects de la grammaire qui ne sont pas complètement explicites dans l'énoncé des règles. Je présente ensuite des travaux effectués sur la génération de musique dans un autre paradigme de programmation, la résolution de contraintes. Enfin, je décris des expériences de musique interactive en ligne, réalisées pour le site ethnomus.org consacré à l'ethnomusicologie.

Je remercie Maurice Nivat qui a accepté de diriger cette habilitation, et Bernard Lortat-Jacob qui m'a donné d'utiles conseils concernant l'aspect ethnomusicologique de ce travail. Je remercie également mes collègues informaticiens Gérard Assayag et François Pachet pour leurs commentaires sur ce texte. Enfin je remercie Annick pour l'aide qu'elle m'a apportée dans la préparation de ce mémoire qui lui doit beaucoup.

1. Algèbre de la synchronisation musicale

Le point de départ de ce travail est la formalisation des deux relations les plus simples que l'on puisse définir entre événements musicaux : relations de succession et de simultanéité. À partir de ces deux relations élémentaires, on construit un modèle de calcul grâce auquel il devient possible de mettre en évidence des propriétés musicales non triviales. Ces définitions ont été introduites dans mon mémoire de DEA de l'université Paris 7 en 1986, qui a été publié dans la *RAIRO* [Chemillier 1987]. Mon stage de DEA s'est déroulé à l'Ircam dans l'équipe de Gérard Assayag et Claudy Malherbe, et les idées présentées ici doivent beaucoup à la collaboration amicale que j'ai développée alors avec Dan Timis [Chemillier 1988]. Après ma thèse (dont les résultats sont rappelés dans les trois premières sections de cette première partie), j'ai continué à développer et à utiliser ce modèle dans différents contextes, et récemment, Gérard Assayag s'en est servi pour de nouvelles applications [Assayag 1999]. Cette première partie concerne, outre les travaux liés à ma thèse [Chemillier 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992a], certains de mes travaux postérieurs [Chemillier 1992b, 1995a, 1999a, 1999d, 2001a, 2001b].

1.1. Succession et simultanéité

Le cadre formel de ce travail est le monoïde libre sur un alphabet A, c'est-à-dire l'ensemble des séquences $s = s_1 s_2 ... s_n$ que l'on peut former avec les éléments de A. Pour représenter la simultanéité, on fait l'hypothèse que ceux-ci ne sont pas atomiques, mais sont des *ensembles d'événements simultanés*. On pose ainsi $A = \boldsymbol{P}(E)$, où E est un ensemble d'événements quelconques, et les *séquences musicales* sont des mots de A^*. La plupart des problèmes musicaux abordés dans ce mémoire s'inscrivent dans ce cadre comme on le verra par la suite.

La définition de la synchronisation s'inspire de la somme de deux polynômes. Celle-ci consiste à additionner les coefficients ayant même degré en recopiant ceux « qui dépassent » éventuellement dans l'un des deux polynômes

$$P = a_0 + a_1\mathrm{X} + a_2\mathrm{X}^2,$$
$$Q = b_0 + b_1\mathrm{X} + b_2\mathrm{X}^2 + b_3\mathrm{X}^3 + b_4\mathrm{X}^4,$$
$$P + Q = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)\mathrm{X} + (a_2 + b_2)\mathrm{X}^2 + b_3\mathrm{X}^3 + b_4\mathrm{X}^4.$$

De la même façon, on définit sur A^* une opération de *superposition*, notée ||, correspondant à la synchronisation de séquences musicales. en remplaçant l'addition dans un anneau K par l'union ensembliste dans l'algèbre de Boole $A = \boldsymbol{P}(E)$

$$s = s_1 s_2 s_3,$$
$$r = r_1 r_2 r_3 r_4 r_5,$$
$$s \parallel r = (s_1 \cup r_1)(s_2 \cup r_2)(s_3 \cup r_3) r_4 r_5.$$

Notons que cette opération ressemble à une autre opération de A^* dont on parlera plus loin, le *shuffle littéral*, dans lequel l'union est remplacée par la juxtaposition des lettres, ce qui revient à former une séquence w en alternant les lettres des deux séquences de départ

$$w = (s_1 r_1)(s_2 r_2)(s_3 r_3) r_4 r_5.$$

Muni de l'opération de superposition, (A^*, ||) est un sup-demi-treillis dont le mot vide est l'élément neutre.

Du fait de la structure de sup-demi-treillis, il existe une relation d'ordre sur A^* dont la superposition coïncide avec le max. Cette relation d'ordre peut être définie en posant $u << v$ si et seulement si la longueur de u est inférieure à celle de v et si tout bloc apparaissant dans u est inclus dans le bloc correspondant de v. On verra plus loin que cette relation d'ordre est interprétable musicalement, et qu'elle permet de formaliser la notion d'« harmonie » sous-jacente à une séquence musicale (par exemple dans le cas des textures de Ligeti).

Il n'est pas inutile de préciser ici qu'aucune hypothèse particulière n'est faite sur la nature des *événements* de l'ensemble E. Dans les domaines abordés par la présente étude, on verra que ces événements correspondent le plus souvent à des « notes » de musique prises au sens large (codes midi[1] pour la musique occidentale, cordes de harpe ou frappements de percussions pour la musique africaine). Mais ce constat ne limite en rien la portée du modèle de séquencement et de synchronisation proposé. On peut l'appliquer à d'autres types d'événements associés à des paramètres musicaux aussi éloignés de la note que le sont la densité de particules sonores, ou la distribution spatiale du son. On verra d'ailleurs

[1]Rappelons que le code *midi* (Musical Instrument Digital Interface) est un format de codage des notes et des paramètres de contrôle des synthétiseurs. Il comprend entre autres une numérotation des touches du clavier par demi-tons (69 correspondant au la du diapason à 440 Hz).

dans la troisième partie de ce mémoire que mes travaux sur la création à base de sampling tendent à combiner des traitements midi avec des traitements opérant sur le signal audio.

1.2. Théorèmes de reconnaissabilité

La superposition présente de « bonnes propriétés » du point de vue de la théorie des automates, car ses propriétés de fermeture sont plus fortes que celles du shuffle littéral comme on va le voir. À partir de l'opération || définie sur A^*, on définit la superposition de deux langages $X \| Y$, de la même façon que leur shuffle littéral. Un résultat classique de la théorie des automates est que si X et Y sont reconnaissables par automate fini, alors le shuffle littéral de X et Y l'est aussi. Pour la superposition, on a un résultat en tous points analogue

Théorème 1. *Si X et Y sont des ensembles de séquences musicales reconnaissables par automate fini, alors la superposition X || Y l'est aussi.*

À partir de deux automates engendrant X et Y, il est possible de construire un automate reconnaissant la superposition $X \| Y$. Cette construction est connue sous le nom d'*algorithme de Dan Timis* [Chemillier 1987].

De la même façon que l'on définit l'étoile d'un langage X, on peut définir la superposition itérée notée $X°$ et le shuffle littéral itéré. Si le shuffle littéral conserve la reconnaissabilité des langages, il n'en est pas de même de l'opération itérée, pour laquelle on a un résultat négatif. En effet, le shuffle littéral itéré d'un langage reconnaissable par automate fini n'est pas nécessairement reconnaissable, comme on le voit en montrant que le shuffle littéral itéré de $a^2(ab)^*b^2$ n'est pas reconnaissable [Berard 1985]). Pour la superposition itérée en revanche, le résultat correspondant est positif, et une première démonstration en a été proposée par Michel Latteux au cours d'une discussion aux journées du LANFOR 1989.

Théorème 2. *Si X est un ensemble de séquences musicales reconnaissable par automate fini, la superposition itérée X° l'est aussi.*

Ces deux énoncés figuraient dans ma thèse de doctorat en informatique fondamentale réalisée sous la direction de Dominique Perrin, dont ils constituaient le résultat principal [Chemillier 1989]. Depuis, j'ai apporté quelques modifications aux preuves pour les simplifier et généraliser les énoncés en traitant simultanément la superposition et le shuffle littéral. Cette nouvelle présentation introduite dans [Chemillier 1992b] utilise la notion de transduction rationnelle, qui permet d'unifier les résultats de reconnaissabilité associés aux deux opérations. Elle fournit également une nouvelle preuve du théorème 2 utilisant la notion d'*ordre rationnel,* qui explique pourquoi la propriété de fermeture est vraie pour la superposition itérée et non pour le shuffle littéral itéré. Ces différences s'expliquent par le fait que la superposition est *associative, commutative* et *idempotente,* alors que le shuffle littéral ne l'est pas.

1.3. Application : rationalité du langage sériel

Dans ma thèse, je montrais comment les définitions précédentes fournissent un cadre adéquat pour formaliser la règle de base de la musique sérielle, introduite au début des années vingt par Arnold Schoenberg dans le but de structurer l'harmonie atonale. Dans sa forme la plus schématique, la règle sérielle consiste à répartir les douze notes chromatiques selon un ordre immuable, défini par une permutation des notes appelée « série ». Par exemple, l'extrait de la figure 1 est construit sur la série *u = do# la si sol lab fa# la# ré mi mib do fa,* dont il déroule deux occurrences indiquées par des numéros de 1 à 12. On voit que les sons consécutifs de la série peuvent être joués simultanément (1 et 2, 3 et 4, 5 et 6). La règle sérielle a la particularité de contrôler la substance musicale à la fois *localement* (la série favorise localement des rencontres harmoniques entre notes consécutives), et *globalement* (une pièce de musique n'est qualifiée de sérielle que si la totalité de ses notes est contrôlée par la règle sérielle). L'étude formelle des propriétés mathématiques de cette règle permet de cerner quelques unes des caractéristiques du langage engendré.

Figure 1. *Valse* pour piano de l'opus 23 de Schoenberg (mesures 29 à 33).

Le paradigme formel décrit dans les sections précédentes permet de modéliser la construction sérielle, et ouvre la voie à l'étude de ses propriétés mathématiques. Pour décrire l'exemple de la figure 1, on introduit deux séquences v et w en regroupant les notes associées aux deux suites de numéros ci-dessus, en indiquant par des parenthèses les notes simultanées et par des listes vides les positions où ne figure aucun numéro de l'une des deux suites :

v = do# la si sol lab fa# la# ré mi mib do () () *fa*

w = () () () () () () () () () () () (*la do#*) (*sol si*) () (*sol# fa#*) *sib ré mi mib do fa*

Ces séquences sont des éléments de A^* avec $A = \boldsymbol{P}(E)$, où E est l'ensemble des douze notes chromatiques. La séquence s de l'extrait étudié a la propriété de vérifier l'équation

$$s = v \parallel w.$$

Plus généralement, une séquence s de A^* est *sérielle* s'il existe des séquences $v_1, v_2, \ldots v_n$ telles que

$$s = v_1 \parallel v_2 \parallel \ldots \parallel v_n,$$

les v_i appartenant à

$$F(u) = \pi^{-1}(G(u)),$$

où π est le morphisme défini par $\pi(x) = 1$ si x est le bloc vide, et $\pi(x) = x$ sinon, et $G(u)$ est l'ensemble des séquences obtenues en regroupant certains événements consécutifs de u.

Cette définition revient à dire que l'ensemble L des séquences sérielles associées à une série u est défini par la superposition itérée de $F(u)$, c'est-à-dire

$$L = F(u)°.$$

Une simple application du théorème 2 de la section précédente montre alors que L est *reconnaissable par automate fini*. La démonstration du théorème ne donne pas une construction explicite de l'automate. Pour obtenir cette construction, il faut transformer la définition d'une séquence sérielle en une autre définition équivalente, plus opératoire. Cette construction est présentée dans [Chemillier 1999d], où l'on trouve également le code d'un automate programmé en Lisp, utilisé pour l'analyse de plusieurs passages de la *Valse* de Schoenberg ci-dessus. Incidemment, cette analyse automatisée révèle l'existence de quelques anomalies dans la partition.

1.4. Transductions rationnelles

Dans cette première partie, les trois sections qui suivent sont consacrées à des résultats nouveaux obtenus postérieurement à ma thèse. L'une des directions de recherche que j'ai suivies consiste à refondre la théorie de la synchronisation musicale décrite précédemment, dans le but de simplifier les preuves des théorèmes, et de parvenir à des énoncés plus généraux. Cet objectif a été atteint grâce à l'introduction de la notion de transduction rationnelle [Chemillier 1992b].

On considère cette fois une opération binaire $\perp$ quelconque définie sur A^*. On lui associe une transduction en posant

$$t = \{ (x, y, x \perp y), x, y \in A^* \}.$$

On dit que $\perp$ vérifie la propriété de *double distributivité* lorsque l'égalité suivante

$$uv \perp wz = (u \perp w)(v \perp z)$$

est vraie pour tous u, v, w, z tels que $|u|= |w|$. L'intérêt de cette propriété réside dans le fait que si elle est vérifiée, la transduction t associée à $\perp$ est *rationnelle*. On peut alors en déduire le théorème suivant, en utilisant un résultat classique sur les transductions rationnelles

Théorème 3. *Si $\perp$ est une opération binaire sur A^* vérifiant la propriété de double distributivité, alors pour tous langages réguliers X et Y, le langage $X \perp Y$ est aussi régulier.*

L'énoncé ainsi obtenu englobe à la fois le cas de la superposition (théorème 1) et celui du shuffle littéral, car ces deux opérations vérifient la propriété de double distributivité.

À partir de l'opération binaire $\perp$ on définit comme ci-dessus une *opération itérée* notée $X°$. On a alors le résultat suivant

Théorème 4. *Si $\perp$ est une opération binaire sur A^* d'élément neutre 1, associative, commutative, idempotente, et vérifiant la double distributivité, alors pour tout langage régulier X, le langage $X°$ est régulier.*

La superposition et le shuffle littéral vérifient la double distributivité, et leur élément neutre est le mot vide. Mais l'associativité, la commutativité et l'idempotence ne sont vérifiées que par la superposition. Ceci explique pourquoi la superposition vérifie le théorème 2 (cas particulier du théorème 4), alors qu'on a un résultat négatif pour le shuffle littéral. Cette présentation permet ainsi d'unifier les deux situations, tout en soulignant leurs divergences.

1.5. Problèmes ouverts sur les ordres rationnels

Les notions introduites dans la section précédente conduisent à certains problèmes ouverts, que je présente ici. Une opération binaire $\perp$ *associative*, *commutative*, et *idempotente* permet de définir une *relation d'ordre* en posant $u \leq v$ si et seulement si $u \perp v = v$. Dans le cas de la superposition, la relation d'ordre correspondante est la relation << définie dans la première section. Une relation d'ordre sur A^* définit une transduction de $A^* \times A^*$

$$\sigma = \{ (u, v), u \leq v \}.$$

Un *ordre rationnel* est un ordre dont la transduction associée est rationnelle. Notons que la rationalité d'un ordre strict σ_0 implique celle de l'ordre $\sigma = s_0 \cup \Delta$, où Δ est la diagonale, mais que l'inverse n'est pas nécessairement vrai. On peut noter également qu'un ordre σ sur A^* n'est jamais *reconnaissable,* car la diagonale $\Delta = \sigma \cap \sigma^{-1}$ n'est pas reconnaissable.

À partir d'une relation d'ordre, on peut définir une autre transduction t dans $A^* \times A^* \times A^*$ en posant

$$t = \{ (u, v, w), \max(u, v) \text{ existe } = w \}.$$

Si la relation d'ordre est celle d'un demi-treillis, la transduction t est partout définie sur $A^* \times A^*$. C'est vrai pour la superposition, dont la transduction associée est rationnelle comme on l'a vu dans la section précédente. La relation d'ordre correspondante << a été définie dans la première section, en faisant intervenir l'*inclusion* d'une lettre dans une autre, ce qui est rendu possible par le fait que l'alphabet est un ensemble de parties $A = \boldsymbol{P}(E)$. La transduction σ associée à << s'exprime alors sous forme d'une expression rationnelle

$$\sigma = H^* (1 \times A^*)$$

en posant

$$H = \{ (a, b), a, b \in A, b \supset a \}.$$

La plupart des ordres classiques sur le monoïde libre sont rationnels :

(i) *ordre lexicographique* : $\sigma = \Delta (D(A^* \times A^*) + (1 \times A^*))$
(ii) *ordre préfixe* : $\sigma = \Delta (1 \times A^*)$
(iii) *ordre facteur* : $\sigma = (1 \times A^*) \Delta (1 \times A^*)$
(iv) *ordre sous-mot* : étoile de l'ordre facteur
(v) *ordre radix* : $\sigma = H^* (1 \times AA^*) + \Delta D H^*$

où D est l'ensemble des couples de lettres $\{ (a, b), a < b \}$, et H le produit cartésien $A \times A$. L'*ordre puissance*, en revanche, défini par $u \leq v$ si et seulement s'il existe n tel que $v = u^n$, n'est pas rationnel si l'alphabet a au moins deux lettres.

Problème ouvert : Existe-t-il un lien entre la rationalité d'un ordre et la rationalité des opérations min ou max associées ?

Pour l'ordre préfixe, par exemple, $\min(u, v)$ est le plus grand préfixe commun de u et v, et il est facile de voir que la transduction correspondante est rationnelle. Dans ce cas, l'ordre préfixe et le min associé sont simultanément rationnels. De la même façon, la superposition et l'ordre qui lui correspond sont, eux aussi, simultanément rationnels. Mais qu'en est-il dans le cas général ? La rationalité du max (ou du min) d'un demi-treillis implique toujours celle de l'ordre associé, et la réciproque de cette proposition est triviale si l'ordre est total sur A^*. Mais si l'ordre n'est que partiel, cette réciproque est un problème ouvert.

Ce problème rejoint un autre problème ouvert, concernant la rationalité des *relations d'équivalence* sur A^*, qui ont été étudiées par [Johnson 1986]. Il définit **RatEq** comme l'ensemble des équivalences rationnelles, et **KerRatF** comme celui des équivalences canoniques de fonctions rationnelles, où l'*équivalence canonique* d'une fonction f est l'ensemble des (x, y) tels que $f(x) = f(y)$. Son article conjecture que **RatEq** = **KerRatF**, et il montre également dans [Johnson 1985] que cette conjecture équivaut à une autre affirmant que toute équivalence rationnelle admet une transversale rationnelle. Plus précisément, il établit que $\mathbf{KerRatF} = \mathbf{RatEq} \cap C_1$, où C_1 est l'ensemble des équivalences vérifiant la deuxième conjecture (c'est-à-dire admettant une transversale rationnelle). L'existence d'une transversale rationnelle est une propriété qui présente des analogies avec notre problème de la rationalité du max associé à un ordre rationnel. En effet, on peut montrer que si σ est un ordre rationnel sur A^*, alors la transduction μ qui à (x, y) associe les majorants communs de x et y est rationnelle. Le problème de la rationalité du max associé à σ, qui consiste à choisir parmi les triplets (x, y, z) de μ ayant mêmes x et y celui dont le z soit minimal, de telle sorte que l'ensemble des triplets choisis soit encore une partie rationnelle, est ainsi ramené à un problème de recherche d'une transversale rationnelle.

1.6. Théorie des textures de Ligeti

Un autre prolongement de la théorie de la superposition introduite dans ma thèse a consisté à appliquer cette théorie à des problèmes musicaux plus actuels que la formalisation de la règle sérielle présentée dans la section 1.3. C'est ainsi que je me suis intéressé à l'analyse des textures musicales de Ligeti.

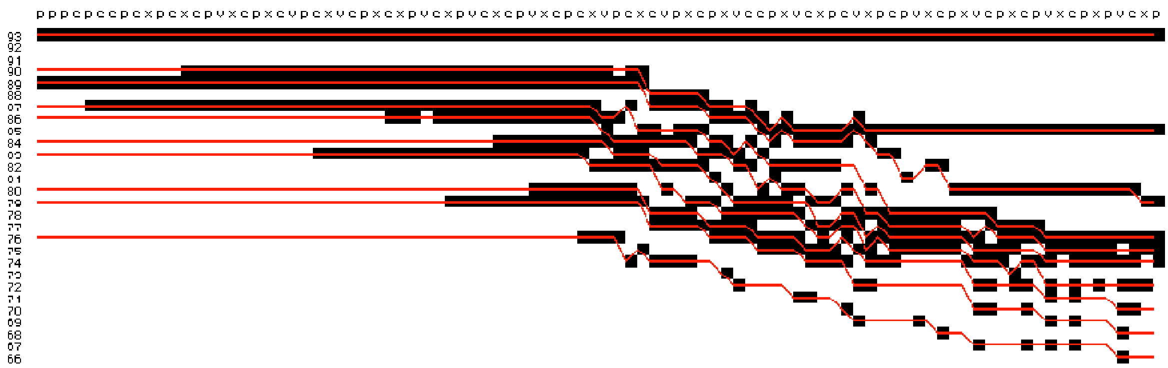


Figure 2. Texture de *Melodien* de Ligeti (mesures 14 à 30),
et reconstitution de la logique sous-jacente.

La relation d'ordre << associée à la superposition permet en effet, comme on va le voir, de décrire formellement la logique harmonique de ces textures [Chemillier 2001a]. Dans la représentation graphique de la figure 2, les notes sont marquées par des petits carrés noirs dont la position verticale est définie par un code midi (entre 66 à 93). Chaque colonne représente un ensemble de sons joués à la fois simultanément (tenues de cordes), et sous forme de motifs répétés (piccolo, xylophone, célesta, violon B représentés par les lettres p, x, c, v). Il y a au maximum dix carrés noirs dans chaque colonne.

L'analyse de cette texture consiste à tracer dix lignes allant de la gauche vers la droite, de telle sorte que
(*i*) les dix lignes rencontrent tous les carrés noirs,
(*ii*) elles ne se croisent pas,
(*iii*) elles restent sur la même ligne horizontale si elles ne rencontrent pas de carré noir,
(*iv*) elles ne peuvent monter que d'une case, et ne descendre que d'une ou deux cases.
Les conditions (*iii*) et (*iv*) correspondent à une sorte de « minimalité » des déplacements, ceux-ci étant bornés par l'intervalle [-2, 1]. Avec un intervalle plus large, on imagine bien

que le tracé des lignes serait possible quelle que soit la séquence considérée. Mais la propriété caractéristique des textures de Ligeti est que ce tracé est possible avec un intervalle réduit, et la reconstitution d'un tel tracé révèle la logique harmonique de la texture.

Pour modéliser ce problème, on considère la texture comme un mot s de A^* avec $A = \mathbf{P}(E)$, où E est l'ensemble des codes midi. L'« harmonie sous-jacente » que l'on s'efforce de reconstituer, et qui donne la logique de la texture, est un mot h de A^* dont le nombre d'événements simultanés est constant, et tel que $s << h$ au sens de l'*ordre associé à la superposition*, en étant minimal parmi les majorants de s, c'est-à-dire que les longueurs de h et s sont égales, et que le cardinal des lettres de h est précisément le nombre maximum d'événements simultanés de s (c'est-à-dire dix).

Le mot h est une polyphonie à dix voix, qui doit vérifier en outre une condition mélodique limitant le mouvement de chaque voix à des intervalles bornés par [-2,1]. Plus précisément, si y et z sont des lettres consécutives de h, et si on note r la lettre de s en même position que z (donc telle que $z \supset r$), on a la condition suivante :

$C(y, z, r) \equiv$ *pour toutes notes a et b de mêmes rangs dans y et z,*

$-2 \leq b - a \leq 1$ *si* $b \in r$, *et* $b = a$ *sinon.*

La condition peut se réécrire sous une forme récursive. Elle donne alors un algorithme de calcul de z en fonction de y et r. On représente y, z et r par des séquences ordonnées croissantes de notes.

Proposition. *Soient a, b, c inférieurs aux minimums de y, z, r respectivement. La condition C(ay, bz, cr) équivaut à*

(i) $a = b$ *et* $C(y, z, cr)$, *ou*

(ii) $-2 \leq b - a \leq 1$, $b = c$ *et* $C(y, z, r)$.

Le fait que r soit inclus dans z se traduit, pour des séquences ordonnées de notes, par le fait que r est un *sous-mot* de z. Vu sous cet angle, l'algorithme récursif ci-dessus est une variante du calcul du *coefficient binômial généralisé* donnant le nombre de façons d'obtenir un mot comme sous-mot d'un autre, calcul qui utilise une technique récursive inspirée du triangle de Pascal [Lothaire 1983], p. 122.

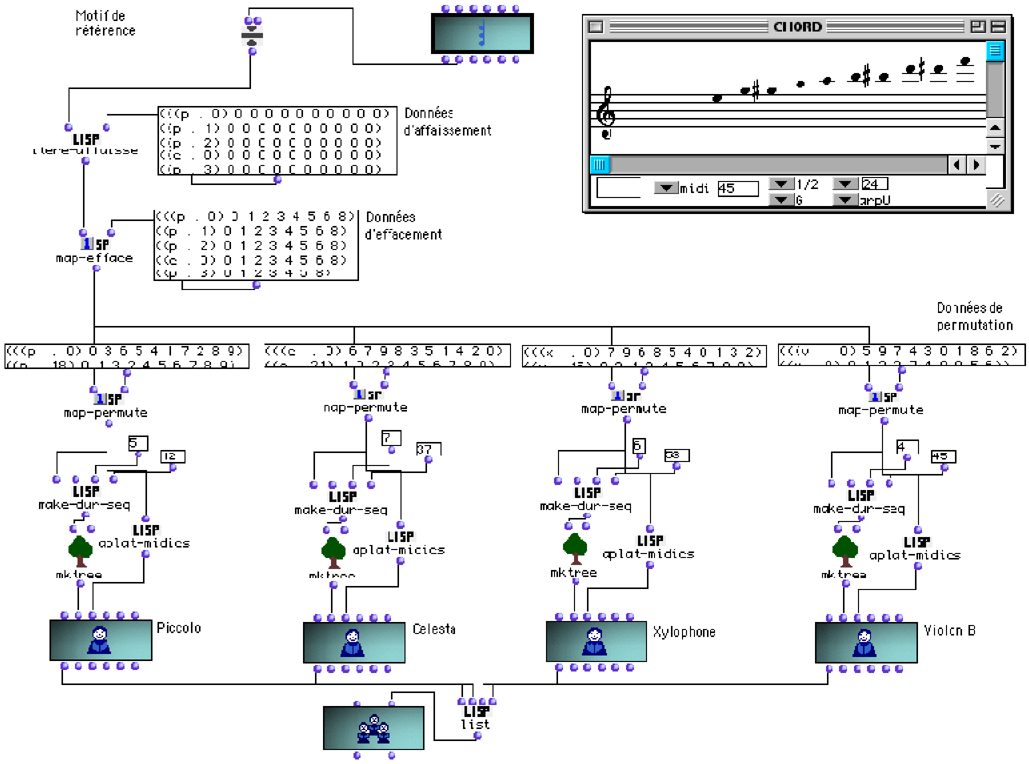


Figure 3. Simulation dans *OpenMusic* de la texture de *Melodien*.

L'analyse de ce fragment de *Melodien* a été effectuée « à la main » en 1993. Ce travail, réalisé en collaboration avec Gérard Assayag, avait pour but de simuler l'évolution de la texture dans l'environnement de composition développé à l'Ircam [Assayag 1993]. Le patch de la figure 3 est une mise à jour de cette simulation dans la version actuelle de l'environnement appelé *OpenMusic*. Il correspond à la description graphique d'un programme en Lisp, dont les fonctions sont représentées par des boîtes. À partir du motif de référence affiché en haut en notation musicale, on voit trois fonctions `itere-affaisse`, `map-efface`, et `map-permute` qui réalisent trois traitements successifs produisant en bas les quatre parties de la texture (piccolo, célesta, xylophone, violon B).

Au cours d'une présentation de ce travail à un colloque à Bucarest en 1994 [Chemillier 1995a], la question de l'automatisation de cette analyse a été soulevée par Eytan Agmon. L'algorithme proposé ici, en réponse à cette question, permet d'analyser automatiquement plusieurs pièces du compositeur Ligeti dans lesquelles apparaissent des textures construites sur le même principe. Au moment où nous implémentions le patch ci-dessus, en 1993, Jane P. Clendinning publiait dans la revue *Perspectives of New Music* un article où elle décrivait des textures semblables dans *Continuum* pour clavecin, et les *Dix pièces* pour quintette à vent. Pour ces deux pièces, le programme fondé sur l'algorithme récursif ci-dessus restitue sans difficulté le tracé des lignes matérialisant l'analyse [Chemillier 1999a, 2001a, 2001b].

2. Ethnomusicologie et cognition

Parallèlement à ma thèse d'informatique fondamentale, j'ai suivi un troisième cycle d'ethnomusicologie à l'université Paris X où j'ai commencé une thèse sous la direction d'Éric de Dampierre. L'éthnomusicologie est le champ d'étude des musiques de tradition orale des différentes régions du monde, à partir d'enregistrements collectés sur le terrain. À l'origine, mes études d'ethnomusicologie n'étaient pas directement liées à mes préoccupations en informatique musicale, même si je pensais que l'informatique pouvait apporter des solutions nouvelles à certains problèmes en ethnomusicologie (dans la classification de corpus par exemple). Mais on verra dans les pages qui suivent comment la distance qui existait entre ces deux centres d'intérêt a été comblée par la découverte dans mon travail ethnomusicologique d'un cas exemplaire de structure musicale modélisable par les concepts d'informatique théorique présentés dans la partie précédente.

L'analyse mathématique des structures musicales pose un problème philosophique et esthétique, car dans quelle mesure l'exploration des propriétés mathématiques d'un objet musical améliore-t-elle la compréhension que l'on a de sa valeur esthétique ? S'il est vrai que tout objet musical peut être le prétexte d'une construction mathématique proliférant à l'infini, il n'est pas certain en revanche que la compréhension de cet objet sur le plan esthétique s'accroisse en proportion. En introduction de ce mémoire, j'insistais sur la nécessité d'une « bonne distance focale » permettant d'observer la réalité musicale avec rigueur mathématique et pertinence musicale. Mais l'appréciation de cette pertinence repose avant tout sur une sorte de bon sens musical, qui juge intuitivement de ce qui fait la valeur esthétique d'un objet. La chose se complique sensiblement lorsque la musique considérée est produite par une civilisation lointaine et exotique. Comment s'assurer alors qu'une propriété mathématique remarquable découverte par l'analyse est bien dotée d'un sens esthétique ?

Cette question a ouvert pour moi une problématique nouvelle concernant la manière dont certaines propriétés formelles remarquables apparaissent dans des activités pratiquées au sein de sociétés sans écriture (arts décoratifs, musique, jeux, etc.). Dans le cas des musiques de tradition orale, certains répertoires présentent une dimension combinatoire évidente, qui s'impose par la nature de l'instrument, comme la harpe dont les cordes représentent des unités bien délimitées dont il est facile d'étudier les combinaisons, ou par le mode de jeu, comme les percussions dont les frappements réalisent concrètement cette notion d'unité. Dans d'autres cas, comme les musiques vocales, cette dimension combinatoire est moins repérable, le jeu des formes s'exprimant plutôt à travers le timbre, l'émission sonore, etc. Mais dans tous les cas, les formes musicales du monde, à travers leur immense diversité, constituent un grand réservoir de structures remarquables sélectionnées par la tradition.

Les propriétés formelles développées au sein de sociétés sans écriture sont l'objet d'étude de *l'éthnomathématique*, qui s'intéresse, par exemple, aux propriétés géométriques ou topologiques des figures apparaissant dans les arts décoratifs, et qui s'efforce de cerner sur le plan cognitif la manière dont elles sont conceptualisées par les membres de la société étudiée. Le terme « cognitif » est pris ici dans le sens d'une réflexion sur la manière dont les « modes de penser » appréhendent certaines propriétés formelles. J'ai essayé d'étendre cette approche à l'étude des musiques de tradition orale, à travers les travaux qui sont présentés dans cette deuxième partie [Chemillier 1995b, 1995c, 1996, 1997, 1998b, 1999a, 1999c, 1999e, 2000a, 2001b].

2.1. Singularité des canons nzakara

J'ai travaillé sur le répertoire des harpistes nzakara de République centrafricaine, région où j'ai effectué cinq missions de terrain entre 1989 et 1996. Ces travaux ont donné lieu à la publication d'un disque dans la collection CNRS/Musée de l'Homme et d'un livre collectif, *Une esthétique perdue,* édité par Éric de Dampierre peu de temps avant sa mort [Chemillier 1995b, 1996]. Ce livre a reçu en 1997 le prix Debrousse-Gas-Forestier de l'Institut de France (Académie des Beaux-Arts).

Les *ostinati* de la petite harpe à cinq cordes des Nzakara de République centrafricaine accompagnent de la poésie chantée. Parmi les *ostinati* du répertoire, certains ont la forme d'un *canon*, comme celui représenté ci-dessous, dont le mouvement mélodique des cordes aiguës est reproduit avec les cordes graves, comme le montrent les deux lignes brisées tracées sur la figure[2].

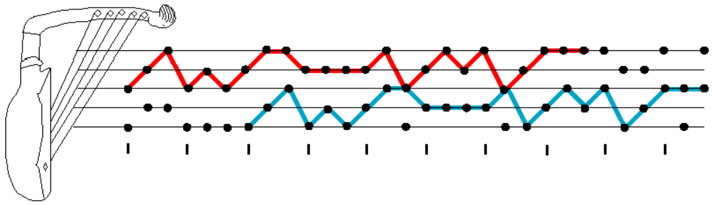


Figure 4. Un *ostinato* de harpe nzakara et sa structure de canon.

Cette notion de canon peut être formalisée en notant E l'ensemble des cordes de la harpe, et t la translation des trois cordes aiguës vers les trois cordes graves. L'alphabet A considéré dans cette section est le sous-ensemble de $\boldsymbol{P}(E)$ formé des couples de cordes pincées simultanément qui apparaissent dans les *ostinati* (il n'y a que cinq couples utilisés dans le répertoire, comme on le verra plus loin). Pour étudier formellement la circularité propre à ces formules instrumentales répétitives, il est commode de les décrire comme des mots infinis périodiques, c'est-à-dire des applications u de $\mathbf{N}$ dans A telles que $u(n + m) = u(n)$ pour tout entier n.

La *voix supérieure* notée u^+ (resp. *inférieure* notée u^-) d'un mot infini u est la suite des notes supérieures (resp. inférieures) des couples de cordes apparaissant dans u. On définit un *canon à distance p* comme étant un mot infini u vérifiant

$$t(u^+(n)) = u^-(n + p)$$

pour tout entier n [Chemillier 1995b].

Dans la figure ci-dessus, on observe que la ligne du bas laisse de côté certains points sur la corde la plus grave, c'est-à-dire que le canon comporte des anomalies. La définition formelle donnée ci-dessus permet de montrer que la construction d'un canon ne présentant aucune anomalie est une impossibilité combinatoire. Plus précisément, la réalisation d'un canon doit concilier deux contraintes antagonistes, une contrainte horizontale définie par l'identité des deux profils mélodiques, et une autre verticale définie par l'exclusion de certaines combinaisons de cordes simultanées. En effet, l'inventaire des couples de cordes pincées simultanément apparaissant dans le répertoire montre que ces couples se réduisent à cinq combinaisons (voir figure ci-après). On observe également que les canons nzakara ne font pas apparaître de répétitions ni parmi les couples consécutifs, ni parmi ceux qui se trouvent à distance p. Ces différentes contraintes conduisent à la proposition suivante, dans laquelle la *période* du canon est le nombre total de couples qui forment le motif répété infiniment dans la séquence, et la *distance* le décalage entre les deux voix

Proposition. *Le nombre d'anomalies dans un canon est supérieur ou égal à pgcd(m, d), où m est la période du canon et d sa distance.*

L'exemple de la figure ci-dessus est un canon de période 30 à distance 6. Si l'on prolonge les deux lignes brisées sur la figure, on peut vérifier que le nombre d'anomalies est égal à pgcd(30, 6) = 6, ce qui correspond au nombre minimal d'anomalies défini par la proposition ci-dessus.

[2]Cet exemple de canon africain ne prend en compte que la dimension mélodico-harmonique, le paramètre rythmique étant neutralisé par des durées égales (l'exemple n'est qu'un modèle simplifié de ce que jouent les musiciens quand ils font des variations instrumentales). D'où son absence dans la formalisation du canon proposée ci-dessus. Dans la tradition occidentale, il existe des canons rythmiques, dont le mathématicien Dan Tudor Vuza en a proposé un modèle théorique, fondé sur la partition d'un ensemble d'entiers en classes qui sont des translations les unes des autres [Vuza 1995]. Ces travaux ont été développés dans le cadre du stage de DEA de Moreno Andreatta que j'ai dirigé au sein du cursus de troisième cycle de l'Ircam.

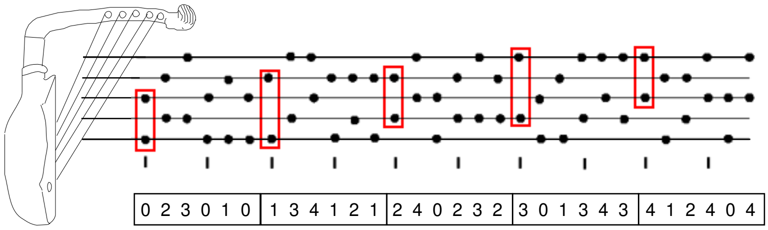


Figure 5. Construction d'un canon à partir de cinq couples de cordes.

Les cinq couples de cordes pincées simultanément utilisés dans le répertoire sont encadrés sur la figure ci-dessus. En notant de l'aigu au grave les cordes c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, et en numérotant de 0 à 4 les couples utilisés, ceux-ci s'écrivent 0 = $\{c_1, c_3\}$, 1 = $\{c_1, c_4\}$, 2 = $\{c_2, c_4\}$, 3 = $\{c_2, c_5\}$, 4 = $\{c_3, c_5\}$. L'analyse des canons nzakara révèle l'existence d'un procédé de construction systématique. On constate en effet dans la figure ci-dessus qu'à partir du septième chiffre, ceux-ci réapparaissent décalés d'un rang (1 revient à la place de 0), et la même chose se reproduit dans chaque bloc de six.

Pour décrire cette construction, il est commode de considérer l'alphabet comme un groupe abélien fini $G = \mathbf{Z}_5$ noté additivement, et d'introduire la *suite des différences* définie par Vuza dans [Andreatta 2001], comme étant le mot infini *Du* associé à tout mot infini *u* par la relation

$$Du(n) = u(n + 1) - u(n).$$

La caractéristique des canons nzakara *u* comme celui de la figure ci-dessus est d'être *redondants*, c'est-à-dire que la période de *Du* est strictement plus petite que celle de *u*. Il est facile de montrer que dans ce cas la période de *Du* divise celle de *u* (notées respectivement *r* et $m = rq$), et qu'il existe un élément *z* d'ordre *q* dans le groupe *G*, tel que

$$u(n + r) = u(n) + z$$

pour tout entier *n*. Il existe dans le répertoire plusieurs séquences correspondant à des valeurs différentes de *r* et *z*, avec toujours $q = 5$ et $m = 5r$. On peut entendre en disque certaines d'entre elles : celle de l'exemple étudié correspondant à $r = 6$ sur le disque *La parole du fleuve* ([Chemillier 1999c], plage 5), et une autre correspondant à $r = 4$ sur le disque *Musiques des anciennes cours Bandia* ([Chemillier 1996], plage 5).

L'une des séquences en canon du répertoire a la forme suivante

$$w = 0\ 1\ 3\ 4\ 1\ 2\ 4\ 0\ 2\ 3.$$

Elle est du même type que précédemment, avec $r = 2$ et $z = 3$. C'est un canon à distance 4 comportant deux anomalies dans sa structure de canon. Cette séquence est très remarquable, car c'est une singularité dans l'ensemble des séquences obtenues en faisant varier le préfixe de longueur *r*, et en respectant les conditions ci-après qui sont vérifiées par tous les *ostinati* de harpe du répertoire :

(i) *w* ne contient pas de lettre répétée,
(ii) *w* est primitif (non factorisable comme répétition d'un mot).

Pour faire l'inventaire, fixons 0 comme premier chiffre, et étudions les cinq possibilités 0, 1, 2, 3, 4 pour le deuxième. L'inventaire exhaustif résumé dans le tableau ci-après indique les caractéristiques des combinaisons obtenues, et montre qu'il n'existe pas d'autre solution satisfaisant les conditions que la solution (2), à une permutation circulaire près. Cette solution est précisément la séquence *w* du répertoire.

	$r = 2$	$m = 10$	

(1)	0 0	0 0 3 3 1 1 4 4 2 2	répétitions
(2)	0 1	0 1 3 4 1 2 4 0 2 3	*solution w*
(3)	0 2	0 2 3 0 1 3 4 1 2 4	permutation circulaire de *w*
(4)	0 3	0 3 3 1 1 4 4 2 2 0	répétitions
(5)	0 4	0 4 3 2 1 0 4 3 2 1	non primitif

Pour effectuer l'énumération avec des valeurs supérieures de r, il faut l'aide d'un ordinateur. Notons $R(r, z)$ l'ensemble des mots redondants associés à r et z (r est la période de Du, et z l'élément de G tel que $u(n + r) = u(n) + z$). Le problème est que les séquences nzakara sont répétées en boucle, et qu'on ne distingue pas deux séquences qui sont des permutations circulaires l'une de l'autre. Convenons que deux mots infinis périodiques sont *conjugués* si l'un est préfixe de l'autre. Si m est leur période, cela revient à dire que leurs préfixes de longueur m sont des permutations circulaires l'un de l'autre. On vérifie facilement que dans le cas de mots infinis périodiques, la relation de conjugaison est une relation d'équivalence. Le problème revient donc à chercher une tranversale de $R(r, z)$ pour la relation de conjugaison.

Dans la propriété suivante, l'implication réciproque n'est vraie que dans un cas très particulier. Le fait intéressant est que les canons nzakara sont tous dans ce cas.

Proposition. *Si u et v sont conjugués, alors Du et Dv sont conjugués. Réciproquement, si Du et Dv sont conjugués, et si v est un mot redondant de R(r, z) tel que l'ordre de z est l'ordre du groupe G, alors u et v sont conjugués.*

Cette proposition donne un algorithme efficace pour calculer une transversale de $R(r, z)$. En effet, il suffit de calculer une transversale $D(R(r, z))$, car la proposition montre que celle-ci contient exactement une suite des différences pour chaque mot de la transversale de $R(r, z)$. L'avantage de cette technique est que les mots de $D(R(r, z))$ sont beaucoup plus courts que ceux de $R(r, z)$. Le calcul de la transversale se fait avec la technique classique des mots de Lyndon [Lothaire 1983].

Il est intéressant de noter que l'algorithme ci-dessus utilisant la suite des différences est également utile dans la construction des modes musicaux, qui ont eux aussi une forme de « circularité »[3]. Dans l'échelle chromatique tempérée, les modes sont définis sous forme de successions d'intervalles, c'est-à-dire précisément de suites des différences. C'est le cas des célèbres modes « à transpositions limitées » d'Olivier Messiaen, qui sont exactement des modes *redondants* au sens ci-dessus, dans le groupe $G = \mathbf{Z}_{12}$. Moins connus sont les modes « pentaphones » de Jean-Louis Florentz, formés de suites de cinq intervalles choisis parmi les onze intervalles chromatiques (comptés en demi-tons). Dans le calcul des modes pentaphones, deux successions d'intervalles identiques à une permutation circulaire près définissent le même mode. Le calcul procède donc comme celui des formules de harpe, en cherchant les suites des différences à une permutation circulaire près (grâce aux mots de Lyndon), puis en les « intégrant » à partir d'une note de référence. On obtient ainsi trente-et-une solutions n'utilisant que les intervalles 1, 2, 3, 4, puis vingt utilisant 5, dix utilisant 6, quatre utilisant 7, et une utilisant 8.

Dans l'énumération des *ostinati* de harpe nzakara, le calcul par ordinateur donne 12 solutions quand $r = 4$, et 134 quand $r = 6$, mais curieusement, le répertoire Nzakara ne comporte qu'une seule solution dans chaque cas. Plus généralement, il n'y a pas deux séquences du répertoire qui correspondent à un même couple de valeurs pour r et z [Chemillier 1995b]. Tout se passe comme si les harpistes nzakara avaient cherché des représentants uniques pour chaque valeur des paramètres de la construction.

[3]Cette circularité hérite des spéculations de l'Antiquité sur les puissances de 2, 3, 5, etc., et sur les approximations appelées « comas » permettant de refermer l'ensemble de ces puissances sur lui-même pour pallier le fait qu'elles ne coïncident jamais. Ces approximations ont été formalisées par Yves Hellegouarch comme des quotients de sous-groupes multiplicatifs <2, 3, 5, ...> de $\mathbf{Q}$ par des relations définissant les comas (par exemple $2^{19} \approxeq 3^{12}$) [Hellegouarch 1999]. J'ai proposé, dans le prolongement de ces travaux, en collaboration avec Gérard Duchamp, un algorithme calculant un représentant de chaque classe du quotient [Chemillier 1999b].

Comment les Nzakara ont-ils choisi ces représentants (parmi les 12 ou 134 possibles selon les cas) ? Et surtout, comment ont-ils obtenu la séquence *w* ci-dessus, dont on a vu qu'elle est une singularité combinatoire ? Est-ce par hasard, ou l'ont-ils délibérément cherchée ? Ces questions, qui restent à l'heure actuelle sans réponse, conduisent à s'interroger, dans le champ cognitif, sur la manière dont les Nzakara conceptualisent et mettent en pratique ces propriétés, dans un contexte de tradition purement orale. L'ouvrage *Une esthétique perdue* dresse le cadre dans lequel inscrire ces interrogations, en mettant en relation la recherche apparente de singularités des harpistes nzakara avec un aspect caractéristique de leur mode de penser. Prolongeant l'étude formelle par une réflexion d'ordre cognitive, le livre propose en effet d'inventorier, dans le champ esthétique, diverses manifestations d'une sorte de « rejet de l'identique » propre au mode de penser nzakara, dont Éric de Dampierre avait déjà proposé une première analyse dans son essai *Penser au singulier*.

2.2. Ethnomathématique des arts visuels

Mes travaux sur le répertoire des harpistes nzakara m'ont conduit à m'intéresser à l'ethnomathématique, discipline qui s'est développée depuis quelques années dans le champ de l'histoire des mathématiques, principalement aux Etats-Unis, afin d'étudier les opérations ou raisonnements mathématiques qu'on peut mettre en évidence dans les sociétés sans écriture. Cette discipline analyse en particulier les matériaux recueillis sur le terrain par les ethnologues, pour y repérer et formaliser les éléments qui ressemblent à des élaborations mathématiques [Ascher 1998].

Parler de « mathématique » à propos d'activités pratiquées dans les sociétés sans écriture, cela revient à faire une hypothèse d'ordre cognitif, selon laquelle il y aurait quelque chose de commun entre ces activités et les mathématiques occidentales. La difficulté qui se pose aux ethnomathématiciens est d'établir que les opérations ou raisonnements de type mathématique qu'ils mettent en évidence résultent d'une activité consciente de l'esprit. Mais la situation n'est pas simple, car dans les mathématiques elles-mêmes, il existe plusieurs niveaux allant du texte écrit formalisé publié dans les revues spécialisées, jusqu'à la simple rêverie dans laquelle les idées sont assemblées de manière presque « involontaire ».

L'exemple choisi dans cette section pour illustrer la démarche propre à l'ethnomathématique, concerne les dessins sur le sable pratiqués au Vanuatu et en Angola. J'avais présenté cet exemple lors d'une conférence-concert en 1997 au Musée des Arts d'Afrique et d'Océanie pendant l'exposition sur les arts du Vanuatu, à l'initiative du compositeur Tom Johnson qui avait composé à cette occasion une pièce d'après le tracé de la tortue reproduit en couverture de ce mémoire.

Dans les traditions de dessins sur le sable vanuatu ou angolaise, les figures doivent être tracées avec une ligne continue, sans jamais quitter la surface de sable, et sans repasser par un segment déjà tracé. On reconnaît dans cette condition la propriété mathématique de *chemin eulérien* dans un graphe. En Angola, le condition est renforcée par le fait que les lignes peuvent se croiser, mais pas se toucher sans croisement. Le mathématicien Paulus Gerdes, qui a étudié ces dessins, parle de tracé *monolinéaire*.

Les dessins de la figure ci-dessous proviennent d'Angola. À vrai dire, celui de gauche n'est pas attesté dans la tradition angolaise, car il n'est pas monolinéaire : si on essaie de la tracer sans lever le doigt, on s'aperçoit qu'on revient au point de départ sans avoir pu recouvrir la totalité de la figure. Mais il existe des figures similaires qui sont monolinéaires, selon le nombres de lignes et de colonnes que l'on choisit.

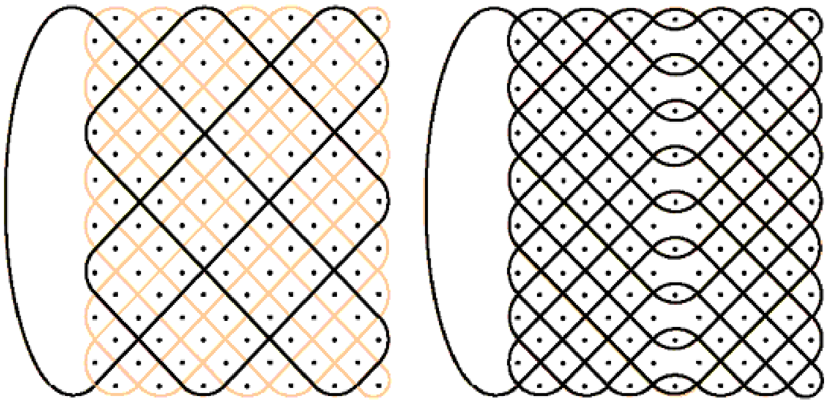


Figure 6. Algorithme de transformation d'un dessin non-monolinéaire (à gauche) en dessin monolinéaire (à droite).

Pour pallier la non-monolinéarité de certaines figures, les artistes angolais semblent avoir mis au point une construction géométrique qui permet de les transformer en dessins monolinéaires. Elle consiste à choisir une colonne, puis à remplacer tous les croisements de cette colonne par des arcs de cercle. Le résultat est le dessin reproduit à droite dans la figure ci-dessus, et il a la propriété d'être monolinéaire.

Paulus Gerdes présente cette transformation comme un véritable « algorithme » applicable quels que soient les nombres de lignes et de colonnes de la figure. Il est très remarquable que l'on retrouve exactement le même type de dessin dans la tradition du Vanuatu, comme si cette construction était un savoir partagé par les traditions de dessins similaires. On n'en sait pas assez sur cette pratique pour déterminer dans quelle mesure elle constitue un véritable savoir explicite et organisé, mais il ne fait pas de doute que dans ces traditions, la recherche de tracés vérifiant certaines propriétés topologiques est une activité consciente de l'esprit.

2.3. Combinatoire des rythmes asymétriques africains

La rencontre de l'ethomathématique m'a conduit à étendre la démarche que j'avais adoptée pour la musique de harpe nzakara, à d'autres répertoires musicaux de tradition orale. Je me suis tourné vers ceux qui présentaient des propriétés formelles remarquables, comme les formules rythmiques asymétriques d'Afrique centrale décrites par Simha Arom, sur lesquelles j'ai effectué une petite étude combinatoire. Les résultats de cette étude ont été présentés au Forum Diderot « Mathématique et musique » organisé en décembre 1999 à l'Ircam par la Société Mathématique Européenne [Chemillier 1999e].

Les pygmées Aka utilisent une formule rythmique qui peut se monnayer par des battements réguliers, groupés par 2 et par 3 en fonction d'accents irrégulièrement espacés. Les groupes sont répartis comme suit

3 2 2 2 2 3 2 2 2 2 2.

Cette formule a une propriété intéressante que Simha Arom a appelée « l'imparité rythmique ». La figure ci-dessous montre les groupes disposés sur un cercle (la formule est jouée en boucle). Lorsqu'on essaie de couper le cercle en deux, comme une orange, on ne peut le faire en deux parties égales, car quelque soit le point de partage, il manque une unité d'un côté. Il existe une dissymétrie intrinsèque dans la formule, qui se divise toujours en parties inégales, que Simha Arom appelle « moitié moins un » et « moitié plus un ».

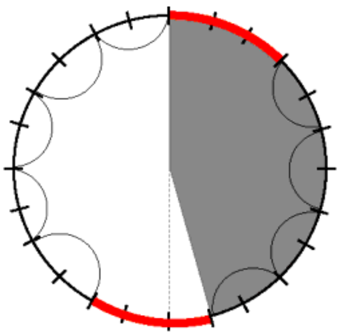


Figure 7. Propriété de l'imparité rythmique.

Pour formaliser cette notion d'imparité rythmique, on considère les mots infinis périodiques sur l'alphabet $A = \{2, 3\}$. Le *poids* d'un mot x de A^* est la somme $h(x)$ des valeurs de chacune de ses lettres. Un mot infini de période m vérifie l'*imparité rythmique* si pour tout facteur xy, on a

$$|xy| = m \qquad \Rightarrow \qquad h(x) \neq h(y).$$

Cette définition présente des analogies avec une notion classique de combinatoire sur les mots, celle de *mot équilibré*. Il s'agit de mots infinis sur l'alphabet $A' = \{0, 1\}$ tels que pour tous facteurs x et y, on ait

$$|x| = |y| \qquad \Rightarrow \qquad |h(x) - h(y)| \leq 1.$$

Un mot infini équilibré peut être périodique ou non. Pour les mots u de période m, qu'ils soient équilibrés ou non, le nombre $P(u, n)$ des facteurs de u de longueur n est toujours borné par la période m. En revanche, si un mot u équilibré n'est pas périodique, on montre qu'il est nécessairement *sturmien*, c'est-à-dire qu'il vérifie $P(u, n) = n + 1$ [Berstel 2001].

L'énumération complète des formules rythmiques vérifiant la propriété d'imparité rythmique reste à faire. Notons que si le nombre d'unités sur le cercle est impair, la propriété est triviale. Ce cas correspond à des formules rythmiques ayant un nombre impair de 3. Il ne présente pas d'intérêt, dans la mesure où l'on ne peut parler de répartition en « moitié moins un / moitié plus un ». À l'opposé, si les nombres de 2 et de 3 sont tous les deux pairs (le nombre d'unités sur le cercle est alors nécessairement pair), on a un résultat surprenant, qui est une sorte de « théorème des valeurs intermédiaires ».

Proposition. *Soit u un mot infini de période m. Si les facteurs de u de longueur m ont un nombre pair de 2 et un nombre pair de 3, alors l'un de ces facteurs est la concaténation de deux mots de même poids.*

On peut chercher empiriquement des répartitions de groupes de 2 et de 3 sur le cercle ci-dessus ayant la propriété d'imparité rythmique. Il faut alors préciser qu'en Afrique centrale, les rythmes de ce type sont toujours associés à une pulsation régulière dont la périodicité est une puissance de deux. Plus formellement, cela signifie que le nombre total d'unités sur le cercle doit être de la forme 2^n (rythme binaire) ou $2^n.3$ (rythme ternaire).

Avec deux groupes de 3, on vérifie facilement que les seules solutions sont du type 3 2^k 3 $2^{(k+1)}$. Les valeurs de k donnant des rythmes binaires ou ternaires sont $k = 0$, $k = 1$, $k = 2$ et $k = 4$ (en se limitant à 24 unités au maximum), soient 8, 12, 16 ou 24 unités. La valeur $k = 3$ est exclue car elle donne 20 unités. La formule des pygmées Aka correspond à $k = 4$.

Avec quatre groupes de 3, la proposition ci-dessus montre qu'il n'y a pas de solutions. En effet, le nombre x de 2 et le nombre y de 3 doivent vérifier les équations $2x + 3y = 2^n$ ou $2x + 3y = 2^n.3$, ce qui montre que si $y = 4$, alors x est nécessairement pair.

Avec six groupes de 3, j'ai effectué l'énumération par ordinateur. Il existe seulement deux solutions (avec un nombre d'unités inférieur à 24), dont l'une est constituée d'un couple de solutions rétrogrades l'une de l'autre :

solution n° 1 = 3 3 3 2 3 3 3 2 2

solution n° 2 = 3 3 3 2 3 3 2 3 2
rétrogradée = 2 3 2 3 3 2 3 3 3

Les travaux de Simha Arom ont montré que les formules vérifiant l'imparité rythmique sont fréquentes dans cette région d'Afrique centrale. Le fait intéressant qui ressort de cette énumération est que l'on trouve *presque toutes les formules possibles*. Le tableau suivant en dresse l'inventaire (limité à moins de 24 unités sur le cercle), en indiquant les ethnies dans lesquelles elles sont utilisées. En bonne logique, il faudrait expliquer pourquoi la solution n° 1 avec six groupes de 3 n'est pas utilisée. Peut-être est-elle trop semblable à la solution n° 2 (elles ne diffèrent que par la permutation de deux valeurs) ?

nombre de 3		
2	3 3 2 (k = 0)	Zande
	3 2 3 2 2 (k = 1)	Aka, Gbaya, Nzakara
	3 2 2 3 2 2 2 (k = 2)	Gbaya, Ngbaka
	3 2 2 2 2 3 2 2 2 2 2 (k = 4)	Aka
4	*pas de solution*	
6	3 3 3 2 3 3 3 2 2 *	*non utilisée*
	3 3 3 2 3 3 2 3 2	Aka

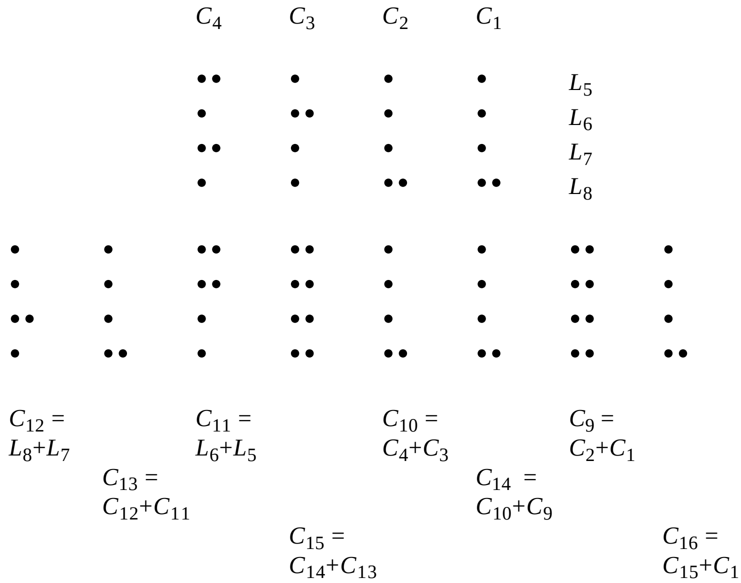
Les exemples musicaux étudiés dans cette deuxième partie, formules de harpes nzakara en canon d'une part, rythmes asymétriques aka d'autre part, constituaient des cas significatifs dans lesquels l'élaboration formelle dépasse le stade cognitif élémentaire. Dans les deux cas, on a énuméré certaines combinaisons caractérisées par une propriété formelle. Ces énumérations ont montré que les combinaisons vérifiant la propriété étudiée étaient plutôt rares, et que la plupart d'entre elles étaient attestées dans le corpus. On se trouvait ainsi en présence de ce qu'on pourrait appeler un espace « raréfié », que la tradition orale semblait avoir exploré de manière *rationnelle*, c'est-à-dire en faisant l'inventaire quasi exhaustif de ses éléments. Ceci constitue un fait remarquable, car si ces éléments avaient été choisis de façon irrationnelle, c'est-à-dire au hasard, la probabilité pour qu'ils tombent à l'intérieur de l'espace raréfié aurait été quasi nulle.

Bien sûr, cette « rationalité » n'est qu'apparente, car aucun élément n'indique que les musiciens ont consciemment cherché à réaliser ces propriétés. C'est pourquoi je me suis tourné vers un sujet d'étude qui semblait favorable à une enquête sur la manière dont les représentants d'une tradition orale conceptualisent les propriétés formelles de leur pratique. Il s'agit de la divination par le *sikidy* pratiquée à Madagascar, à propos de laquelle j'ai entrepris une étude d'ordre cognitif.

2.4. Madagascar : les mathématiques du sikidy

Le *sikidy* est une technique de divination en usage sur tout le territoire de Madagascar, dont les principes sont ceux de la géomancie arabe, qui s'est diffusée à travers l'Afrique depuis le VIIIe siècle dans le sillage de l'Islam. En occident, la géomancie est décrite à partir du XIIe siècle dans des textes latins comme le traité *Ars geomancie* de Hugues de Santalla, ou le *Estimaverunt Indi* de Gérard de Crémone traduit de l'arabe [Charmasson 1992]. Cette technique de divination repose sur des opérations mathématiques, dont j'ai eu connaissance par un article de Marcia Asher [Asher 1997]. La lecture de cet article m'a amené à entreprendre une mission de terrain à Madagascar durant l'été 2000, pour rencontrer des devins et enquêter sur la manière dont ils parlent de ces opérations mathématiques. Cette mission a été financée par une bourse de recherche du Ministère de la Culture, qui m'a été attribuée pour la période 1998-2000 afin de développer les travaux présentés dans cette deuxième partie [Chemillier 2000a].

La géomancie malgache consiste à disposer sur le sol des graines de *fano* (une sorte d'acacia), sous la forme d'un tableau, dans le but d'y lire la destinée à travers certaines configurations des graines qui apparaissent dans ce tableau.



La procédure de placement des graines comporte une partie aléatoire (où se manifeste la destinée), et une autre partie déterministe dans laquelle certains éléments du tableau se déduisent d'éléments déjà placés par des règles précises, qui permettent en quelque sorte de « décoder » le message contenu dans la partie aléatoire. Les éléments du tableau sont formés d'une ou deux graines, groupés en douze colonnes de quatre éléments. Les quatre colonnes du haut sont choisies aléatoirement. Les huit du bas se déduisent des précédentes par un calcul indiqué dans l'exemple ci-dessus, qui consiste à effectuer des additions modulo 2 sur les lignes et les colonnes.

Par construction, certaines propriétés mathématiques apparaissent nécessairement à l'intérieur du tableau. Par exemple, il est facile de montrer, par un calcul sur les colonnes concernées, que la colonne C_{15} vérifie la proposition suivante (cette colonne a huit graines dans l'exemple) :

Proposition. *La colonne C_{15} a un nombre pair de graines, et elle est la seule dans ce cas (c'est-à-dire dont la parité soit déterminée d'avance).*

Le phénomène cognitif remarquable est que des propriétés de ce type sont utilisées explicitement par les devins pour vérifier qu'ils ne se sont pas trompés dans leur construction. Mon enquête sur le terrain avait donc pour but, entre autres, de déterminer si ces règles de détection d'erreurs sont utilisées sans justification (ce qui poserait alors le problème de leur origine : sont-elles empiriques ?), ou si au contraire les devins font un raisonnement pour les justifier.

Dans une petite bourgade du sud de Madagascar, Ambovombe, en pays Antandroy, j'ai travaillé avec un devin appelé Tsimboe. Il m'a donné de nombreuses explications sur les règles de construction des tableaux géomantiques, et avec lui, j'ai pu commencer à mieux cerner les problèmes posés par ce type d'enquête.

Pour comprendre la manière dont Tsimboe énonce la régle de vérification ci-dessus, il faut savoir que les seize combinaisons possibles sont classées en deux catégories, les « rois » et les « esclaves », selon que leur nombre de graines est pair ou impair. Sa formulation est la suivante :

> *« Diso ilay zavatra no mipetraka eto. Tsy maintsy andriana no mipetraka eto. »*
> « Cet objet [l'esclave qui se trouve en C_{16}], quand il se place là [en C_{15}], c'est une erreur. Il faut que ce soit un roi qui se place là [en C_{15}]. »

Cet énoncé est correct, car la caractéristique d'un esclave est d'avoir un nombre impair de graines. Mais je n'ai pu questionner Tsimboe sur l'égalité « esclave = impair », car il m'a été impossible de trouver un langage commun à lui et à moi pour exprimer la notion d'imparité. Pourtant, cette notion est à la base même de la construction des tableaux géomantiques, car les éléments du tableau (une ou deux graines) sont précisément obtenus par un algorithme de calcul de la parité. Celui-ci consiste à prendre au hasard une poignée de graines, puis à en retirer deux graines, puis encore deux, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'une ou deux qu'on place alors dans le tableau. On reconnaît dans cette description la réalisation concrète d'une *division euclidienne*. Le paradoxe est donc qu'il existe une utilisation concrète de la notion de parité (qui se manifeste dans l'algorithme de la division euclidienne), alors que cette notion n'est pas exprimée abstraitement dans la distinction roi/esclave, qui s'effectue « en extension » par la mémorisation des huit combinaisons propres à chaque classe, et non pas « en compréhension » à l'aide d'un critère abstrait de parité.

Ce hiatus entre l'utilisation concrète de la notion de parité, et sa non utilisation comme critère de définition en compréhension est d'autant plus surprenant qu'il existe d'autres aspects du *sikidy* qui se définissent explicitement en compréhension. C'est le cas des *tokan-sikidy*, tableaux géomantiques particuliers dont la définition se réfère à un classement des seize combinaisons en quatre points cardinaux. Leur définition est bien en compréhension, car elle s'exprime ainsi : un *tokan-sikidy* est un tableau dans lequel l'un des points cardinaux n'est représenté qu'une seule fois. Les devins s'efforcent d'ailleurs de construire de tels tableaux, et Tsimboe m'a montré les carnets dans lesquels il note ces *tokan-sikidy*, car c'est un élément du prestige d'un devin que d'en connaître le plus grand nombre.

Le lecteur peut s'interroger ici sur l'intérêt de ce travail dans la modélisation des structures musicales. Celui-ci est d'ordre méthodologique, car l'analyse d'un répertoire musical de tradition orale pose certains problèmes identiques à ceux posés par l'analyse d'autres pratiques des sociétés sans écriture. En effet, l'analyse ethnomusicologique consiste en général à dégager des critères musicaux associés à des classifications, critères qui s'articulent au sein d'une « théorie musicale » que l'analyste s'efforce de découvrir. L'une des questions essentielles qui se posent à l'ethnomusicologue est d'établir un lien permettant de relier, sur le plan cognitif, la théorie musicale ainsi reconstituée avec ce que pensent les musiciens eux-mêmes. Ce lien est accessible, entre autres, à travers la manière dont ils *parlent* de la musique. En effet, si les pratiques musicales non professionnelles (une femme berçant son enfant par exemple) ne donnent en général pas lieu à un discours sur la musique, il est plus vraisemblable en revanche qu'un musicien professionnel soit capable de parler de son art, et ainsi d'éclairer à travers ses propres conceptions les propriétés formelles que l'analyste dégage de sa musique. Les travaux de Hugo Zemp sur les théories musicales 'are 'are (échelles musicales, segmentations mélodiques, constructions polyphoniques) constituent une référence dans ce domaine [Zemp 1979].

L'apparition dans certaines musiques de propriétés formelles complexes comme celles qui ont été étudiées dans cette deuxième partie, conduit à élargir la problématique. Il est nécessaire de s'interroger plus largement sur les capacités générales de l'esprit humain à produire ces formes complexes, qu'elles soient musicales, visuelles, ou autres, ainsi que sur la place qu'elles occupent dans la conscience. La verbalisation et l'étude du langage demeurent des moyens d'investigation privilégiés, mais d'autres approches sont sans doute nécessaires, comme l'expérimentation en psychologie cognitive. En faisant porter l'intérêt sur des activités différentes, ayant en commun le fait de donner naissance à des formes complexes, on peut espérer parvenir à la découverte de mécanismes cognitifs généraux. C'est en ce sens que l'analyse ethnomusicologique rejoint le sujet de mon enquête sur le *sikidy,* dans la mesure où celle-ci précisément consiste à analyser la manière dont les devins pensent et décrivent la théorie de leur système de divination.

3. La musique à l'ère du *sampling* et de l'Internet

Mes travaux actuels, présentés dans cette troisième partie, ne concernent plus seulement l'analyse, mais aussi la génération de musique. Il s'agit non plus de traiter des musiques existantes, mais de produire des musiques « possibles » dont la création utilise l'ordinateur. À l'heure du *sampling* et de l'Internet, la création de musique accorde une place de plus en plus grande à l'utilisation de programmes informatiques. Combinaison de sons échantillonnés ou téléchargés sur Internet, diffusion de musique au format mp3 à travers le réseau, l'informatique envahit la musique à tous les stades de la création. Cette troisième partie analyse diverses formes de cette « composante logicielle », qui devient une partie essentielle de la création musicale, et tend à transformer la musique en « hypermusique ».

L'une des conséquences de ce processus d'informatisation de la musique est de réduire la distance qui séparait jadis les applications traitant des structures musicales de celles qui traitaient le son lui-même. Aujourd'hui, la modélisation des structures musicales s'intègre dans des environnements informatiques qui manipulent directement le son audio, permettant de« sonifier » toutes sortes d'expérimentations algorithmiques. Parmi les travaux présentés dans cette troisième partie, qui sont [Chemillier 1999a, 1999d, 2001c, 2001d], certains s'inscrivent dans cette évolution.

3.1. De l'hypertexte à « l'hypermusique »

Avant de poursuivre plus avant, précisons ce que l'on entend par « hypermusique ». Dans les termes *hypertexte* ou *hypermédia,* le préfixe « hyper » est pris dans le sens mathématique d'espace à *n* dimensions. Alors qu'un texte est une structure de dimension un, dont les éléments se succèdent linéairement, un hypertexte est une structure de dimension supérieure, dont les éléments forment un réseau qui peut s'actualiser selon différentes successions possibles [Laufer 1995].

Pas plus qu'un hypercube, un hypertexte ou un hypermédia n'est accessible directement à nos sens en tant que tel. Sa consultation passe par un logiciel de navigation (type *Netscape* ou *Internet Explorer*) grâce auquel l'utilisateur actualise l'un des parcours contenus en puissance dans l'hypertexte ou l'hypermédia. Le réseau de parcours possibles est défini par des liens hypertextes, qui sont des balises insérées dans le document. Des hypertextes plus sophistiqués (en javascript ou PHP) réalisent une intégration plus poussée entre données textuelles et scripts de contrôle, c'est-à-dire du point de vue informatique, entre *données* et *programmes*.

De la même façon, le terme *hypermusique* pourrait désigner une forme musicale conçue comme un réseau de parcours possibles[4]. En effet, la pratique du mixage développée par les DJ (initiales de Disk Jockey, c'est-à-dire à l'origine « celui qui passe les disques » dans une soirée dansante) élargit les limites du traditionnel « morceau de musique » au-

[4] L'idée de parcourir la musique selon de multiples trajectoires, et non plus en suivant un déroulement temporel univoque, remonte aux années cinquante avec les œuvres dites « ouvertes » ou « mobiles ». Ces tendances esthétiques sont représentées par les œuvres de John Cage (*Music of changes* pour piano, 1951, composée à une époque où il s'intéressait aux sculptures d'Alexandre Calder), puis de Boulez (*3ème Sonate* pour piano, 1957, *Pli selon pli*, 1960, deuxième livre des *Structures* pour deux pianos, 1961), de Stockhausen (*Klavierstück XI* pour piano, 1958) et d'autres. Elles ont été théorisées à l'époque par Umberto Eco dans son livre *L'œuvre ouverte* [Eco 1962]

delà de sa structure linéaire délimitée par un début et une fin. Depuis une dizaine d'années en effet, la tâche fonctionnelle du DJ consistant à enchaîner les disques sans interruption a changé de nature. Elle s'est transformée en acte de création lorsqu'ils ont commencé à mixer des disques simultanément, pour créer des alliages sonores inattendus et en tirer un riche parti expressif. Ce faisant, le séquencement linéaire des morceaux gravés sur les vinyles s'est trouvé virtuellement « fragmenté », chaque vinyle devenant un point de passage dans un réseau de mixages possibles.

Cette pratique a donné naissance aux *remixes.* On appelle ainsi des morceaux composés en prenant comme matériau de base un morceau déjà existant. Récemment, Laurent Garnier a mis sur le Web (www.laurentgarnier.com) des sons extraits de la pièce intitulée *Greed*, puis a publié une sélection de remixes envoyés par les internautes. Le principe des remixes est un stimulant de la création musicale, qui a de lointains antécédents dans la technique des *parodies* de la Renaissance[5].

L'informatique musicale a favorisé le développement des remixes par la technique du *sampling*, qui permet d'extraire facilement un fragment dans une séquence numérisée. Avec elle se réalise l'intégration informatique des données musicales et de leurs traitements, au point que les manipulations des DJ sont aujourd'hui intégrées dans des logiciels (tels *GrooveMaker* ou *Disco*) où les vinyles sont remplacés par des samples numériques (wav, aiff ou mp3) mixés par l'utilisateur en temps réel. Celui-ci peut renouveler les samples en choisissant dans un répertoire comme on change de vinyle sur une platine. Mais l'informatique permet aussi de combiner les samples avec des fonctions automatisées (tirage aléatoire par exemple).

Le mode de « navigation musicale » utilisé dans le réseau de parcours possibles permet de distinguer différents types d'hypermusique. Le choix d'un parcours peut en effet être déterminé soit par action de l'utilisateur, soit par tirage aléatoire. On peut parler d'*interaction* dans le premier cas, et de *génération automatique* dans le deuxième, mais cette distinction n'est qu'apparente, car la génération automatique comporte toujours une part minimale d'interaction avec l'utilisateur (ne serait-ce qu'un bouton on/off pour lancer et arrêter le processus de génération).

Un classique exemple d'hypermusique de type « interaction » est le cédérom *Eve* de Peter Gabriel, dans lequel l'utilisateur combine librement des fragments de chansons (par exemple *Come talk to me* de l'album *Us*). Cette forme d'exploration à l'intérieur d'une chanson présentée « en kit » se développe actuellement sur le Web, où les labels proposent aux internautes de remixer certaines chansons en ligne (de David Bowie, Yes ou Jamiroquai par exemple) à l'occasion de la sortie d'albums. Dans la dernière section de cette partie, je présente un exemple d'hypermusique interactive appliquée à la mise en valeur des musiques de tradition orale.

Le type d'hypermusique correspondant à la « génération automatique » se manifeste aujourd'hui dans différentes formes d'installations sonores, sur le Web en particulier [Duckworth 1999], [Traub 1999]. Elle hérite d'une tradition qui prend sa source dans les travaux de Pierre Barbaud en France ou Lejaren Hiller aux USA, à une époque (années cinquante) où la musique générée automatiquement apparaissait sur des listings ésotériques, et ne pouvait être entendue que si elle était jouée par des instrumentistes en chair et en os.

3.2. Remixes algorithmiques

Je me suis intéressé à la génération automatique de musique à travers la réalisation d'un logiciel de remixes algorithmiques. À partir d'une séquence d'accords extraite d'un

[5] On utilisait alors une pièce musicale existante pour en composer une nouvelle, soit par ajout de nouvelles voix à la polyphonie (comme la chanson à quatre voix de Josquin *De tous biens playne*, composée en réutilisant deux des trois voix de la version de Hayne van Ghizeghem), soit en extrayant des fragments polyphoniques recombinés différemment (comme la messe *Salvum me fac* de Palestrina composée à partir d'un motet du même nom de Jacquet Mantua) [Quereau 1978].

enregistrement original, le programme en produit une nouvelle en lui appliquant des substitutions harmoniques, puis convertit les nouveaux accords obtenus en données musicales[6]. La séquence d'origine peut être au format midi, auquel cas il est facile d'effectuer les transpositions nécessaires pour l'adapter à de nouveaux accords. Mais on peut aussi utiliser directement le format audio, lorsque la séquence s'y prête. La séquence est alors découpée en samples, de telle sorte que chaque sample corresponde à un accord. Les samples sont ensuite réordonnés et transposés en fréquences pour s'adapter à de nouveaux accords (un logiciel classique d'échantillonnage comme *Unity* permet de la faire).

Le générateur de remixes décrit ici repose sur une grammaire de substitutions harmoniques. Celle-ci opère sur des successions de chiffrages harmoniques, qui correspondent à la grille de base de la séquence originale. Ces successions sont enrichies progressivement en leur appliquant des règles de substitution, empruntées à l'harmonie de jazz, qui peuvent s'exprimer formellement par des règles de réécriture. L'exemple suivant a pour point de départ une boucle harmonique extraite d'un morceau de Kerri Chandler de type « house » intitulé *Rain*, figurant sur la compilation *French sessions* de DJ Deep (label Distance). La première grille est la boucle de base de huit mesures.

Bm7 E7	Bbm7 Eb7	Abm7	Db7	Gb7M	Ab7	B7	Bb7

La seconde résulte de deux substitutions appliquées respectivement à la sixième mesure, et aux troisième et quatrième mesures.

Bm7 E7	Bbm7 Eb7	D7	Db7	Gb7M	Ebm7 Ab7	B7	Bb7

Ces substitutions correspondent aux règles suivantes

Ab7 → Ebm7 Ab7

Abm7 Db7 → D7 Db7.

Steedman a proposé en 1984 une grammaire formée de six règles analogues aux règles ci-dessus engendrant des variantes harmoniques de la grille standard du blues de douze mesures [Steedman 1984]. Il est revenu sur cette grammaire plus récemment [Steedman 1996], pour essayer de résoudre partiellement certains problèmes posés par la « non-implémentabilité » de la grammaire. Parallèlement à ses travaux, l'article de 1984 a été prolongé par des contributions de Johnson-Laird [Johnson-Laird 1991] et de François Pachet, qui s'est intéressé au problème de la non-implémentabilité de la grammaire à propos de l'analyse de *Solar* [Pachet 2000a], puis à la découverte de nouvelles règles de substitution en utilisant une technique originale de co-contextualisation [Pachet 1999].

Les règles de Steedman s'expriment à l'aide de variables correspondant à des chiffrages harmoniques (comme ceux des grilles ci-dessus), qui sont tous considérés comme des symboles non-terminaux de la grammaire. Le problème de la *non-implémentabilité* de cette grammaire vient de ce qu'elle contient plusieurs règles ayant plus d'un symbole non terminal à gauche (comme la deuxième règle de l'exemple ci-dessus). Elle n'est donc pas régulière, ni algébrique, mais contextuelle, ce qui rend impossible, en théorie (mais en théorie seulement comme on va le voir), son implémentation avec Lex ou Yacc sous forme d'un analyseur automatique.

[6]Dans la première partie de ce mémoire, le cadre formel adopté était un monoïde libre A^* dont l'alphabet était muni d'une structure d'algèbre de Boole $A = \mathcal{P}(E)$. Chaque symbole apparaissant dans un mot de A^* était associé à une partie de E, c'est-à-dire à un bloc d'événements musicaux considérés comme simultanés. Une grille est formée de symboles désignant des « chiffrages harmoniques », c'est-à-dire des entités abstraites qui ne sont pas associées à des notes précises, mais peuvent être réalisées de nombreuses façons différentes selon le style désiré. Convertir une succession de chiffrages harmoniques (un mot sur un alphabet A de chiffrages harmoniques) en données musicales (un mot sur un alphabet B correspondant, par exemple, à des codes midi ou des samples audio), cela revient formellement à définir une *transduction* de A^* dans B^*. Dans cette troisième partie, l'identification $A = \mathcal{P}(E)$ adoptée dans les première et deuxième parties est remplacée par une transduction de A^* vers un ensemble B^* qui traduit les symboles de A en données musicales plus concrètes.

J'ai montré dans [Chemillier 1999d] comment résoudre le problème de non-implémentabilité soulevé par Steedman, en réalisant un analyseur automatique sous la forme d'un automate fini programmé en Lex, capable de déterminer si une grille est engendrée par la grammaire ou non. Comment peut-on, dans le cas présent, ramener à un automate fini le parsing d'une grammaire qui n'est ni régulière, ni algébrique ? Il suffit pour cela de formaliser certains aspects de la grammaire de Steedman qui ne sont pas explicites dans l'énoncé des règles. En effet, certaines règles du type

$$x \rightarrow y\ z$$

sous-entendent une condition non formalisée qui stipule que les réécritures se font *à durée constante* (la partie droite d'une règle a même durée que la partie gauche). Cela signifie qu'au lieu d'augmenter le nombre de cases des grilles, ces règles divisent les cases en moitiés, puis en quarts, etc. Or dans les corpus étudiés (par exemple les blues de Charlie Parker), les grilles n'ont jamais plus de deux chiffrages par case. On peut donc limiter l'action de ces règles pour produire des séquences ayant un nombre borné de symboles, sans restreindre la capacité générative « utile » de la grammaire.

Les autres règles de la grammaire sont de l'un des deux types suivants

$$x\ y \rightarrow z\ t$$
$$x\ y\ z \rightarrow u\ v\ w.$$

En dépit de leur caractère contextuel (elles ont plusieurs non-terminaux à gauche), elles peuvent être traitées par un automate fini car elles ont la propriété d'avoir *le même nombre de symboles* des deux côtés. Donc elles conservent la longueur des séquences, et par conséquent transforment un ensemble fini de séquences en ensemble fini. Aussi le langage engendré est-il fini, et peut donc être reconnu par un automate fini, ce qui résoud le problème de non-implémentabilité soulevé par Steedman.

Je développe actuellement le générateur de remixes décrit ci-dessus, qui applique les substitutions harmoniques de la grammaire de Steedman à un enregistrement original. L'architecture générale de ce logiciel est un système de *mixage de processus*. D'une certaine manière, il s'agit de prolonger le principe de mixage de samples mis au point par les DJ, en introduisant la notion de samples « dynamiques ». Le mixage n'opèrerait plus sur des données musicales figées (comme le sont les extraits musicaux préenregistrés qui sont manipulés dans le *sampling*), mais sur des données évolutives, associées à des processus de traitement du timbre, de l'harmonie, du rythme, etc. Le programme est actuellement développé en Lisp dans l'environnement *OpenMusic*. Une première version a été traduite en Java (avec l'API Javasound) par un étudiant de DESS à l'université de Caen sous la direction de Jacques Madelaine.

La référence à l'harmonie de jazz inscrit ce travail dans le prolongement de nombreux travaux consacrés à l'improvisation automatique [Pachet 1991a, 1991b, 1996], [Ramalho 1994], [Rousseaux 1997], [Assayag 1999]. Mais ce thème est enrichi aujourd'hui par des préoccupations de temps réel. L'utilisation de l'ordinateur pour produire de la musique *live* tend en effet à se banaliser dans le contexte des musiques électroniques actuelles, échappant au cadre confiné de l'expérimentation de laboratoire. De plus en plus souvent, l'ordinateur est associé aux platines des DJ. Le générateur de remixes algorithmiques décrit ci-dessus est un prototype expérimentant de nouvelles possibilités logicielles pour ce type d'utilisation de l'ordinateur dans la création de musiques électroniques en situation de concert. Au-delà de l'adaptation aux musiques électroniques des techniques harmoniques du jazz présentée ici, la conception de logiciels de création musicale *live* tirerait un grand profit d'une meilleure connaissance des lois propres à « l'art des samples » développé par les DJ, qui relève sans doute moins de l'harmonie que d'un « solfège des objets sonores » au sens que prend ce terme dans la musique concrète [Schaeffer 1966].

3.3. Programmation par contraintes

Les grammaires génératives, dont la section précédente illustre une application, ont constitué un paradigme de modélisation musicale en vogue tout au long des années soixante-dix. Curtis Roads en a dressé le bilan en 1979 [Roads 1979]. Il rappelait, entre autres, l'influence de la linguistique, chez Ruwet par exemple [Ruwet 1971]. Plus récemment, dans les années quatre-vingt et quatre-vingt-dix, divers ouvrages récapitulatifs ont vu le jour regroupant des sélections d'articles qui traitent de ce sujet [Baroni 1984], [Cross 1991], [Schwanauer 1993].

Ces dernières années, d'autres paradigmes comme la programmation logique et la programmation avec contraintes se sont développés. Une réalisation majeure dans cette voie a été le système-expert d'harmonisation de chorals mis au point par Kemal Ebcioglu [Ebcioglu 1988]. Plus récemment à l'Ircam, Camilo Rueda a utilisé la technique de résolution de contraintes pour des problèmes de composition [Rueda 1998]. Un workshop a été organisé en 1998 sur les applications artistiques des contraintes, à l'ECAI de Brighton, et François Pachet a publié dernièrement un article de synthèse sur le sujet [Pachet 1998, 2000c].

Alors que les progrès techniques de la programmation par contraintes ont été rapides, il ne semble pas que l'on soit parvenu sur le plan musical à dépasser le niveau d'expertise atteint par Kemal Ebcioglu. En 1997-98, j'ai co-encadré avec Patrice Enjalbert le stage de DEA de Pierre Dellacherie, qui a implémenté une partie du système d'Ebcioglu dans la librairie des domaines finis d'Eclipse, langage de programmation logique avec contraintes, pour mesurer les améliorations que les progrès réalisés en PLC(FD) apportaient aux performances du système. En dépit de la qualité de ce travail, les améliorations n'ont pu être évaluées de manière significative pour des raisons exposées ci-après [Dellacherie 1998].

Le système d'harmonisation de chorals conçu par Ebcioglu se présente comme un ensemble de formules logiques du premier ordre écrites dans une syntaxe inspirée du Lisp, qui sont traitées par une simple procédure de générer/tester réalisée au moyen d'un backtrack intelligent (nommé BSL) spécialement écrit pour le système. L'ensemble contient environ 350 règles, qui traitent l'harmonisation en deux phases successives : la première calcule un squelette harmonique (*chord skeleton view*), la seconde effectue le remplissage mélodique des trois voix calculées (*fill-in process*).

L'efficacité du système d'Ebcioglu reposait sur son backtrack intelligent, qui court-circuite de nombreuses valeurs inutiles dans le générer/tester, comme on le voit sur cet exemple :

$$(x = 0 \vee x = 1) \wedge (y = 0 \vee y = 1 \vee y = 2) \wedge (z = x + 1) \wedge (z \geq 2).$$

Alors qu'un backtrack chronologique ordinaire essaie les couples de valeurs $x = 0$, $y = 0$, puis $x = 0$, $y = 1$, puis $x = 0$, $y = 2$, avant de trouver les valeurs $x = 1$, $y = 0$ qui satisfont la contrainte $z \geq 2$, le backtrack intelligent d'Ebcioglu essaie les valeurs $x = 0$, $y = 0$, puis après échec de la contrainte $z \geq 2$ passe à la valeur suivante de x (car cette variable est liée à z dans une autre contrainte), c'est-à-dire directement à $x = 1$, $y = 0$.

L'analyse du programme d'Ebcioglu, rendue difficile par l'utilisation d'un système de codage spécifique, a révélé que la plupart de ses règles sont formalisées comme des *implications* (par exemple, « *si* deux voix sont à la quinte dans un accord, *alors* elles ne doivent pas être à la quinte dans l'accord suivant »). Leur traduction sous forme de contraintes s'exprime donc par des disjonctions. Les implications de l'harmoniseur produisent une prolifération de disjonctions de ce type, ce qui a pour effet de créer des « trous » dans les domaines des variables, comme on le voit sur l'exemple ci-après. Ainsi, pour des variables $x, y \in [0..8]$, l'implication $x = 7 \Rightarrow y \neq 7$ conduira au tableau suivant de possibilités :

$$x = 7, y \in [0..6],$$
$$x = 7, y = 8,$$
$$x \in [0..6], y \in [0..8],$$
$$x = 8, y \in [0..8].$$

La forme particulière de ces contraintes explique pourquoi la traduction du programme d'Ebcioglu dans Eclipse s'est avérée incapable de reproduire ses performances originelles. Dans Eclipse, les algorithmes standards de propagation (chaînage avant) sont surtout adaptés aux contraintes linéaires. Cette technique de propagation convient bien au *scheduling*, les variables correspondant à des intervalles temporels qui sont tronqués au niveau de leurs bornes. Mais dans le problème d'harmonisation, les domaines comportent de nombreux trous entre les deux bornes. Pour avoir une idée plus juste de l'efficacité actuelle des solveurs dans la résolution de ce problème « en grandeur réelle » (c'est-à-dire produisant des harmonisations de qualité supérieure ou égale à celles d'un bon étudiant), il faudrait implémenter les règles d'Ebcioglu dans d'autres solveurs de contraintes, comme Ilog Solver ou les systèmes BackJava et BackTalk de François Pachet et Pierre Roy qui utilisent une technique de réification des domaines d'accords.

Deux problèmes présentés dans ce mémoire constituent des problèmes intéressants de satisfaction de contraintes, dont la résolution s'est révélée très efficace en utilisant une technique dite de « recherche adaptative » développée à l'Ircam [Truchet 2001]. Ces deux problèmes sont l'énumération des canons nzakara d'une part (deuxième partie), et l'analyse des textures de Ligeti d'autre part (première partie). La recherche adaptative consiste à choisir aléatoirement une instanciation de toutes les variables, à calculer une fonction de coût pour chaque variable par rapport à cette instanciation et aux violations des contraintes qu'elle entraîne, puis à explorer le domaine de la variable qui a le coût le plus cher pour s'efforcer de le diminuer. La particularité de cette méthode est de donner des solutions approchées (qui ne respectent pas toutes les contraintes).

Cette technique convient particulièrement bien au problème de l'énumération des canons nzakara étudié dans la deuxième partie. On a vu en effet que ce problème n'a pas de solution exacte, et les solveurs de contraintes habituels sont inefficaces pour ce type de problème. On a pu le vérifier en testant le problème en Sicstus Prolog. La recherche adaptative, en revanche, permet d'obtenir quasi-instantanément une solution approchée contenant le nombre minimal d'erreurs. Dans la modélisation de ce problème, les variables sont les couples de notes constituant la séquence, avec pour domaine l'ensemble des cinq couples utilisés. Il y a deux contraintes, l'une pour obtenir la structure de canon, l'autre pour éviter les répétitions

(*i*) la note inférieure du couple $i + p$ est la transposée de la note supérieure du couple i,
(*ii*) les couples $i + 1$ et $i + p$ sont différents du couple i.

Les fonctions de coût associées à ces deux contraintes pour chaque variable i valent 1 si la contrainte est vérifiée, 0 sinon, et on fait la somme des deux fonctions avec une pondération qui permet de renforcer la deuxième contrainte (dans le répertoire nzakara, les erreurs concernent toujours la première contrainte, mais jamais la seconde).

Pour des séquences de 10 couples en canon à distance 4, le nombre minimal d'erreur est deux (voir la deuxième partie). Les contraintes ci-dessus sont satisfaites pour deux solutions admettant ce nombre minimal d'erreurs, la première est la solution nzakara, et la deuxième est une solution « dégénérée » qui se scinde en deux parties identiques.

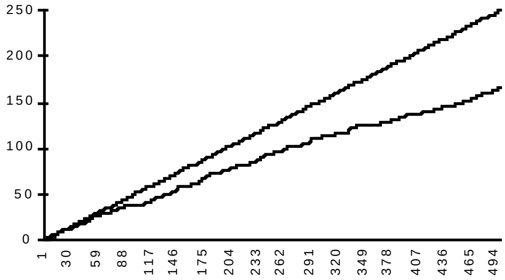


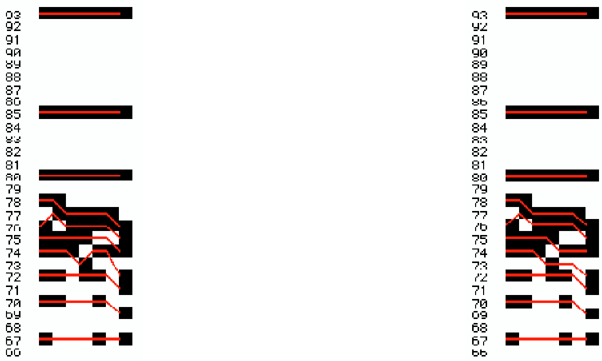
Figure 8. Cas de 10 couples, p = 4 : fréquence d'apparition de la solution nzakara.

On constate que le solveur adaptatif produit l'une ou l'autre, mais la figure 8 montre qu'elles n'apparaissent pas de façon équiprobable. Sur une suite d'environ 500 calculs, la fréquence de la solution nzakara est de l'ordre de 32 % (au lieu de 50 %).

Le deuxième problème qui se traite de façon performante avec la recherche adaptative est l'analyse des textures de Ligeti étudiée dans la première partie. On effectue le calcul indépendemment pour chaque colonne de la texture (se reporter à la figure 2 de la première partie). Si y_1y_2 ... y_{10} est l'harmonie sous-jacente obtenue pour une colonne, on cherche les dix éléments de l'harmonie sous-jacente de la colonne suivante, qui doit contenir le motif r de la texture. Elle est représentée par les variables Z_1, Z_2, ... Z_{10}. Le domaine de Z_i est $\{y_i - 2, y_i - 1, y_i, y_i + 1\}$. Étant donnéee une instanciation z_1z_2 ... z_{10}, il faut vérifier trois contraintes, l'une globale sur les dix variables, et les deux autres portant sur la variable Z_i

(i) le motif de la texture r est inclus dans $\{z_1, z_2, ... z_{10}\}$
(ii) les voix ne se croisent pas, c'est-à-dire que $z_i < z_{i+1}$
(iii) si z_i appartient à r, alors $z_i = y_i$

avec trois fonctions de coût associées qui s'annulent si la contrainte correspondante est vérifiée pour cette instanciation. Si on numérote les colonnes à partir de la première contenant dix notes, la transition des colonnes 36 à 37 admet deux solutions, notées ci-après en indiquant par des parenthèses les notes qui ne sont pas dans la partition



colonne 36 :	(67) (70) 72 73 75 76 77 80 85 93	(67) (70) 72 73 75 76 77 80 85 93
colonne 37 :	67 70 72 74 (75) 76 77 80 85 93	67 70 72 (73) 74 76 77 80 85 93

Figure 9. Deux solutions représentées de la colonnes 33 à la colonne 39.

Une étude statistique portant sur 400 calculs, analogue a celle qui est décrite dans l'exemple nzakara, montre que ces deux solutions n'apparaissent pas avec la même probabilité. La première est légèrement plus fréquente que l'autre [Chemillier 2001d].

3.4. Interaction musicale sur le Web : ethnomus.org

J'ai expérimenté récemment un type d'hypermusique « avec interaction », au sens défini dans la première section, en réalisant des *modèles musicaux interactifs* pour le site Web du Laboratoire d'ethnomusicologie UMR 8574 du CNRS (ethnomus.org). Une présentation a eu lieu à la Société française d'ethnomusicologie à Royaumont en mars 2000, et une autre en novembre 2000 au colloque « Archéologie et sémantique : aspects expérimentaux », à l'Ecole française d'Athènes [Chemillier 2000b].

Le but de ces modèles est de présenter de manière synthétique le jeu des formes musicales à l'œuvre dans différentes traditions du monde. Conçus en collaboration avec l'ethnomusicologue Dana Rappoport, ces modèles sont des animations sonores avec lesquelles l'internaute interagit, pour découvrir les principes d'organisation de ces musiques, tels que les ethnomusicologues les ont mis en évidence, et pénétrer en quelque sorte « à l'intérieur de la musique ». Techniquement, les animations sont réalisées en Flash comme des sortes de puzzles musicaux constitués de samples découpés dans les enregistrements de terrain originaux.

Ces modèles interactifs s'apparentent aux *musicographies* réalisées par Dominique Besson dans un cédérom consacré à des extraits musicaux de Ligeti, Jimi Hendrix ou François Bayle, qui utilisait le logiciel *Acousmographe* développé au GRM par Olivier Koechlin et Hugues Vinet pour la mise en partition d'œuvres acousmatiques. En ethnomusicologie, un précédent de ces modèles interactifs est le cédérom *Pygmées Aka. Peuple et musique* réalisé par l'équipe de Simha Arom, permettant de découvrir les polyphonies pygmées en visualisant leurs enchevêtrements polyrythmiques. La section *Atelier musical* « fait entendre à l'auditeur les 22 catégories musicales aka, dont 4 sont analysées avec leurs voix séparées, et 3 sont modélisées et reconstructibles par l'utilisateur qui pourra, grâce à un dispositif interactif, "composer" des versions inédites de quelques chants aka » (lacito.vjf.cnrs.fr/cdrom.htm). Signalons également le cédérom de Philippe Donnier sur le flamenco, qui explore dans une veine plus poétique différentes voies de découverte musicale interactive. L'adaptation au Web de modèles musicaux de ce type permet de toucher un public plus large que celui pouvant être atteint par la diffusion limitée des cédéroms.

Il y a trois modèles disponibles actuellement sur ethnomus.org : un canon de harpe nzakara de Centrafrique (voir la deuxième partie de ce mémoire), une ronde funéraire *badong* des Toraja d'Indonésie, et un extrait du cédérom sur le flamenco. L'animation consacrée au canon nzakara permet d'entendre les voix séparées aiguë et grave des formules de harpe, de souligner graphiquement la similitude de leurs profils, et d'écouter un extrait d'une pièce chantée construite sur cette formule. L'animation consacrée au *badong*, issue des travaux de [Rappoport 1997], montre un groupe de chanteurs disposés en cercle, dans lequel quatre groupes solistes placés au nord, sud, est, ouest, se partagent un vers de huit syllabes en chantant à tour de rôle. La « trajectoire » du vers circulant d'un groupe soliste à l'autre est matérialisée graphiquement par l'animation. Notre ambition est d'enrichir cette collection par de nouveaux modèles réalisés avec d'autres musicologues, pour constituer une véritable « galerie des formes musicales » présentant l'inépuisable diversité de ces formes issues des différentes traditions musicales du monde.

Au-delà du caractère ludique de ces animations, se cache une réflexion épistémologique inspirée des travaux de Jean-Claude Gardin [Gardin 1981], sur le rôle qu'elles peuvent jouer en tant que « publications » de résultats en sciences humaines. Contrairement aux publications mathématiques, dont la forme standardisée (définitions - énoncés de théorèmes - démonstrations) permet une consultation rapide, les publications d'ethnomusicologie n'ont pas encore trouvé leur format idéal, malgré diverses tentatives d'associer textes, transcriptions musicales, graphiques, disques ou cassettes d'illustrations sonores, vidéo ou film. En réponse à ce qu'il appelle la « crise des publications de sciences humaines », Jean-Claude Gardin préconise une *condensation* de ces publications (au sens physique d'une réduction de volume sans perte de matière) au moyen de nouveaux formats facilitant la consultation rapide, tout en permettant au lecteur d'accéder selon ses besoins à des argumentations plus développées [Gardin 1998, p. 170]. Les modèles musicaux interactifs que nous proposons sur le site ethnomus.org, qui s'avèrent bien adaptés pour mettre en évidence des aspects précis de la musique, pourrait constituer un nouveau standard de « condensation » pour les publications ethnomusicologiques.

4. Perspectives de recherche

L'un de mes projets de recherche à court terme est le développement du programme de remixes algorithmiques décrit dans la troisième partie, dans une version temps réel permettant de l'utiliser en situation de concert. On a rappelé les liens de ce travail avec le thème de « l'automatisation de l'improvisation ». Ce thème est paradoxal dans son énoncé même, car la spontanéïté de l'improvisation s'accorde mal a priori avec les exigences de la programmation informatique. Actuellement, d'autres chercheurs travaillent dans ce sens. Gérard Assayag et son équipe à l'Ircam développent un système de génération musicale à partir d'une base de motifs constituée selon l'algorithme de Lempel-Ziv. François Pachet s'est inspiré des mêmes principes pour mettre au point un système d'« aide à l'improvisation en solo » (l'ordinateur prolonge une phrase jouée par le soliste, en fonction de motifs mémorisés progressivement au fur et à mesure du jeu).

Sur le site ethnomus.org, d'autres modèles musicaux interactifs sont à l'étude : phénomènes de fusion harmonique dans les polyphonies vocales sardes [Lortat-Jacob 1993], rythmes asymétriques *aksak* d'un petit luth de Turquie [Cler 1994], organisation du temps dans la musique du gamelan à Bali (travaux de Kati Basset), jeu de métamorphoses dans les improvisations pour clarinette de Sardaigne [Lortat-Jacob 1987] [Estival 1986], techniques de la voix diphonique (travaux de Tran Quai Hai). Le site ethnomus.org est également amené à se développer sur le plan du traitement informatique en ligne de la collection importante d'archives sonores qui est conservée au Laboratoire d'ethnomusicologie, en explorant diverses techniques d'indexation de contenus musicaux.

Mon travail de terrain à Madagascar doit être poursuivi dans deux directions. Il comporte une partie musicale, consacrée à l'étude du répertoire de la *marovany*, cithare sur caisse pratiquée dans le sud de l'île, dont j'ai ramené un exemplaire lors de ma précédente mission. Mon but est de l'équiper de capteurs pour recueillir des enregistrements avec un ordinateur sous forme de données midi, et entreprendre un travail d'analyse informatisée du corpus. Ces capteurs seront mis au point à l'Ircam, dans le cadre d'une convention en cours de signature associant l'Ircam, le GREYC (Université de Caen), et le Laboratoire UMR 8574 du CNRS (Musée de l'Homme). Cette approche soulève des problèmes informatiques difficiles, mais les solutions qui y seront apportées permettront de réaliser des analyses d'une ampleur jamais atteinte jusqu'à présent, susceptible d'intéresser d'autres ethnomusicologues.

À Madagascar, je vais également approfondir l'étude des mathématiques de la divination. *sikidy*, dans le cadre d'un programme pluridisciplinaire de recherche en sciences cognitives, qui a obtenu un financement sur les crédits de l'action incitative Cognitique du Ministère de la Recherche. Ce programme associe des chercheurs en intelligence artificielle du GREYC, des psychologues de l'équipe EA1774 de l'université de Caen, et des ethnomusicologues de l'UMR 8574 du CNRS au Musée de l'Homme.

5. Liste des travaux personnels

[1987] Chemillier M., Monoïde libre et musique, *RAIRO Informatique théorique* **21** (3, 4) (1987) 341-371, 379-417.

[1988] Chemillier M., Timis D., Toward a theory of formal musical languages, *Proc. of the ICMC 88*, Cologne (1988) 175-183.

[1989] Chemillier M., Structure et méthode algébriques en informatique musicale, Thèse Univ. Paris 7, 1989.

[1990] Chemillier M., Solfège, commutation partielle et automates de contrepoint, *Math. Inf. Sci. Hum.* **110** (1990) 5-25.

[1991] Chemillier M., Langages musicaux et automates: la rationalité du langage sériel, *Actes Coll. "Musique et assistance informatique"*, octobre 1990 (MIM, Marseille, 1991) 211-227.

[1992a] Chemillier M., Automata and music, *Proc. of the ICMC 92,* San-Jose (1992) 370-371.

[1992b] Chemillier M., Aspects mathématiques des applications en informatique musicale des automates finis, *Sém. Logique & Algorithmique* **IX**, Univ. de Caen (1992) 31-61.

[1995a] Chemillier M., Analysis and Computer Reconstruction of a Musical Fragment of György Ligeti's Melodien, *Muzica* **6** (2) Bucharest (1995) 34-48.

[1995b] Chemillier M., La musique de la harpe, É. de Dampierre (éd.), *Une esthétique perdue* (Presses de l'École normale supérieure, Paris, 1995) 99-208.

[1995c] Chemillier M., Ethnomusicologie et informatique, *Bull. AFIA* **23** (1995) 44-45.

[1996] Chemillier M., de Dampierre É., *Musiques des anciennes cours Bandia,* disque CD et notice CNRS/Musée de l'Homme, CNR 274 1009, Le Chant du Monde, 1996.

[1997] Chemillier M., Mathématiques et musiques de tradition orale, H. Genevois, Y. Orlarey (éds.), *Musique & Mathématiques* (Aléas-Grame, Lyon, 1997) 133-143.

[1998a] Chemillier M., Pachet F. (éds.), *Recherches et applications en informatique musicale* (Paris, Hermès, 1998).

[1998b] Chemillier M., Éric de Dampierre, un ethnologue passionné de musique. In memoriam, *Cahiers de musiques traditionnelles* **11** (1998) 205-214.

[1999a] Chemillier M., Générateurs musicaux et singularités, *JIM 99, 6èmes journées d'informatique musicale* (CNET-CEMAMu, Issy-les-Moulineaux, 1999) 167-177.

[1999b] Chemillier M., Duchamp G., Algorithme de réduction des degrés dans une gamme musicale (d'après la théorie d'Yves Hellegouarch), *Gazette des mathématiciens* **82** (1999) 26-30.

[1999c] Chemillier M., trois notices pour le disque *La parole du fleuve. Harpes d'Afrique Centrale,* Paris, Cité de la musique, CM001 (1999).

[1999d] Chemillier M., Grammaires, automates et musique, F. Pachet (éd.), *Informatique musicale*, novembre 1999, (Hermès, Paris, à paraître).

[1999e] Chemillier M., Ethnomusicology, Ethnomathematics. The Logic Underlying Orally Transmitted Artistic Practices, Fourth Diderot Forum, European Mathematical Society, décembre 1999 (Springer Verlag, Berlin, à paraître).

[2000a] Chemillier M., Esthétique et rationalité dans les musiques de tradition orale, rapport de recherche au Ministère de la Culture, septembre 2000a (à paraître dans *Actes du 2e colloque d'épistémologie musicale*, Ircam, janvier 2001).

[2000b] Chemillier M., Rappoport D., Pourquoi présenter des modèles musicaux sur Internet ?, Coll. Archéologie et sémantique : aspects expérimentaux, École Française d'Athènes, novembre 2000 (à paraître).

[2001a] Chemillier M., György Ligeti et la logique des textures, *Analyse musicale* **38** (février 2001) 75-85

[2001b] Chemillier M., Rationality in Music: Combinatorial Aspects of Musical Structures and Forms, in: *Future Developments in Musicology, Proc. of the Thirteenth Meeting of the FWO Research Society on Foundations of Music Research*, Ghent, mars 2001.

[2001c] Chemillier M., Improviser des séquences d'accords de jazz avec des grammaires formelles, *JIM 2001, 8èmes journées d'informatique musicale* (IMEB, Bourges, 2001) 121-126.

[2001d] Chemillier M., Truchet C., Two Musical CSPs, *CP'2001, Musical Constraints Workshop, Seventh Internat. Conf. on Principles and Practice of Constraint Programming*, Paphos, Cyprus, décembre 2001.

6. Bibliographie

Andreatta M., Vuza D.T., On some properties of periodic sequences in Anatol Vieru's modal theory, *Tata Mountains Math. Publications* **22** (à paraître, 2001).

Arom S., *Polyphonies et polyrythmies d'Afrique centrale. Structure et méthodologie* (Paris, Selaf, 1985).

Arom S., Symétrie et ruptures de symétrie dans la musique de tradition orale : le cas de l'Afrique centrale, *Quadrivium. Musiques et sciences* (Paris, Institut de pédagogie musicale et chorégraphique, 1992) 209-215.

Arom S., Bahuchet S., Epelboin A., Fürniss S., Guillaume H., Thomas J., *Pygmées Aka. Peuple et musique,* CD-ROM, Paris, Montparnasse Multimédia, 1998.

Art Press, numéro hors-série Techno, anatomie des cultures électroniques, 1998.

Ascher M., *Ethnomathematics. A multicultural view of mathematical ideas* (New-York, Chapman & Hall, 1991), traduction K. Chemla, S. Pahaut, *Mathématiques d'ailleurs* (Paris, Seuil, 1998).

Ascher M., Malagasy *sikidy:* A Case in Ethnomathematics, *Historia Mathematica* **24** (1997) 376-395.

Assayag G., CAO : vers la partition potentielle, *Les cahiers de l'Ircam, Recherche et Musique* **3** (1993) 13-41.

Assayag G., Agon C., OpenMusic Architecture, *Proc. of the ICMC 96*, Hong Kong (1996).

Assayag G., Rueda C., Laurson M., Agon C., Delerue O., Computer Assisted Composition at Ircam : PatchWork & OpenMusic, *Computer Music Journal* **23** (3) (1999a).

Assayag G., Dubnov S., Delerue O., Guessing the Composer's Mind: Applying Universal Prediction to Musical Style, *Proc. of the ICMC 99*, Beijing, China (I.C.M.A., San-Francisco, 1999b).

Assayag G., Dubnov S., Delerue O., Guessing the Composer's Mind: Applying Universal Prediction to Musical Style, *Proc. of the ICMC 99*, Beijing, China (I.C.M.A., San-Francisco, 1999c).

Assayag G., De la calculabilité à l'implémentation musicale, Séminaire Entretemps *Mathématiques-Musique-Philosophie*, Ircam, 7 octobre 2000.

Autebert J.M., Boasson L., *Transductions rationnelles. Applications aux langages algébriques* (Masson, Paris, 1988).

Bara G., *La techno* (Librio Musique, 1999).

Barbaud P., *Introduction à la composition musicale automatique* (Paris, Dunod, 1965).

Barbaud P., *La musique, discipline scientifique* (Paris, Dunod, 1968).

Baroni M., Callegari L. (eds.), *Musical grammars and computer analysis* (Leo S. Olschki, 1984).

Berard B., Shuffle littéral, étude formelle et applications, Thèse Univ. Paris 7, 1985.

Berard B., Literal Shufle, *The. Comp. Sci.* **51** (1987).

Berstel J., *Transductions and context-free languages* (Teubner, Stuttgart, 1979).

Berstel J., Sturmian Words, in: Lothaire M. (éd.), *Algebraic Combinatorics on Words* (en préparation, 2001).

Besson, *Les musicographies*, cédérom, Ina-Grm R 9501, 1995.

Bureaud A., Pour une typologie de la création sur Internet, colloque R.A.T. (Réseau Art Technologie), Cypres (27 novembre 1997), janvier 1998 olats.org/livresetudes/etudes/typInternet.shtml.

Cabane J.-P., *Ululan, les sables de la mémoire* (Nouméa, Grains de sable, 1997).

Charmasson T., Une technique divinatoire médiévale : la géomancie, *Quadrivium. Musiques et sciences* (Paris, Institut de pédagogie musicale et chorégraphique, 1992) 179-192.

Clendinning J. P., The Pattern-Meccanico Compositions of György Ligeti, *Perspectives of New Music* **31** (1) (1993) 192-234.

Cler J., Pour une théorie de l'aksak, *Revue de musicologie* **80** (2) (1994) 181-210.

Cope D., *Computers and Musical Style* (A-R Editions, 1991).

Cross I., Howell P., West R. (eds.), *Representing Musical Structure* (Academic Press, 1991).

Dampierre É. de (ed.), *Une esthétique perdue* (Paris, Presses de l'Ecole Normale Supérieure, 1995).

Dampierre É. de, *Penser au singulier* (Nanterre, Société d'ethnologie, 1984).

Dellacherie P., Modélisation et optimisation d'un harmoniseur automatique de chorals en PLC(FD), mémoire de DEA, université de Caen, 1998.

Duckworth W., Making Music on the Web, *Leonardo Music Journal* **9** (1999) 13-22.

Ebcioglu K., An expert system for harmonizing four-part chorals, *Computer Music Journal* **12** (3) (1988).

Eco U., *L'œuvre ouverte* (Seuil, 1962).

Eilenberg S., *Automata, Languages and Machines* (Academic Press, New-York, 1974).

Estival J.-P., Analyse musicale assistée par ordinateur : application à une pièce de musique sarde, mémoire de DEA, université Paris X, 1986.

Gardin J.-C., Lagrange M.-S., Martin J.-M., Molino J., Natali J., *La logique du plausible : essais d'épistémologie pratique [en sciences humaines]* (Paris, Maison des sciences de l'homme, 1981).

Gardin J.-C., *Prospections archéologiques en Bactriane orientale (1974-1978)*, vol. 3 (Ministère des Affaires étrangères, Ed. Recherches sur les Civilisations, Paris, 1998).

Gerdes P., *Une tradition géométrique en Afrique. Les dessins sur le sable* (Paris, L'Harmattan, 1995).

Hellegouarch Y., Gammes naturelles, *Gazette des mathématiciens* **82** (1999) 13-26.

Johnson J.H., Do rational equivalence relations have regular cross-sections?, in: *Proc. 12th Internat. Conf. on Automata, Languages, and Programming*, Lecture Notes in Computer Science **194** (Springer, Berlin, 1985) 300-309.

Johnson J.H., Rational equivalence relations, *Theoret. Comput. Sci.* **47** (1986) 39-60.

Johnson-Laird P., Jazz Improvisation: A Theory at the Computational Level, in: Cross I., Howell P., West R. (eds.), *Representing Musical Structure*, 291-326.

Joy J., Hypermusique, programmation, composition, Table ronde Le sens du numérique, Festival Imagina, Monaco, mars 1998 (homestudio.thing.net/info/imagina.htm).

Laufer R., Scavetta D., *Texte, hypertexte, hypermédia* (Que sais-je ?, Puf, 1995).

Lévy P., *Cyberculture*, rapport au Conseil de l'Europe (Paris, Odile Jacob, 1997).

Lortat-Jacob B., Jeu de métamorphoses : *launeddas* de Sardaigne, in : Lortat-Jacob (éd.), *L'improvisation dans les musiques de tradition orale* (Paris, Selaf, 1987) 255-266.

Lortat-Jacob B., En accord. Polyphonies de Sardaigne : quatre voix qui n'en font qu'une, *Cahiers de musiques traditionnelles* **6** (1993) 69-86.

Lothaire M., *Combinatorics on Words* (Addison Wesley, 1983).

Pachet F., Representing Knowledge Used by Jazz Musicians, *Proc. of the ICMC 91*, Montréal (1991a) 285-288.

Pachet F., A meta-level architecture for analysing jazz chord sequences, *Proc. of the ICMC 91*, Montréal (1991b) 266- 269.

Pachet F., Carrive J., Propriétés des intervalles circulaires et application à l'analyse harmonique automatique, *JIM 96, 3èmes journées d'informatique musicale*, Île Tatihou (Cahiers du Greyc, Caen, 1996) 230-247.

Pachet F. (éd.), Constraints techniques for artistic applications, Workshop ECAI-98, Brighton, 1998.

Pachet F., Surprising harmonies, *JIM 99, 6èmes journées d'informatique musicale* (CNET-CEMAMu, Issy-les-Moulineaux, 1999) 187-206.

Pachet F., Computer Analysis of Jazz Chord Sequences. Is Solar a Blues ?, in: Miranda E. (ed.), *Readings in Music and Artificial Intelligence* (Harwood Academic Publishers, 2000a).

Pachet F., Les clés d'une mélodie intéressante, *La Recherche*, numéro spécial « La naissance de l'art » (novembre 2000b) 90-93.

Pachet F., Codognet P., Constraints and music, *Constraints journal*, special issue (Kluwer, to appear, 2000c).

Perrin D., Les débuts de la théorie des automates, Séminaire Philosophie et Mathématiques, ENS, janvier 1993.

Pichevin A., *Le disque à l'heure d'Internet* (Paris, L'Harmattan, 1997).

Quereau Q.W., Sixteenth-Century Parody: An Approach to Analysis, *J. of the American Musicological Soc.* **xxxi** (1978) 407-441.

Nivat M., Transductions des langages de Chomsky, *Ann. de l'Inst. Fourier* **18** (1968) 339-456.

Ramalho G., Pachet F., From Real Book to Real Jazz Performance, *International Conference on Music Perception and Cognition* (Lièges, Belgium, 1994) 349-350.

Rappoport D., Musiques rituelles des Toraja Sa'dan ; musiques du soleil couchant, musiques du soleil levant (Célèbes-Sud, Indonésie), thèse Université Paris X-Nanterre, Villeneuve d'Ascq, Presses du Septentrion, 1997.

Riotte A., Formalisation des structures musicales, Polycopié, Université Paris 8, 1979.

Risset J.-C., Musique calcul secret ?, *Critique* **359** (Paris, 1977).

Roads C., Grammars as Representations for Music, *Computer Music Journal* **3** (1) (1979) 48-55, repris dans C. Roads, J. Strawn (eds.), *Foundations of Computer Music* (MIT Press, 1985).

Roads C., *The Computer Music Tutorial* (MIT Press, 1996).

Rousseaux F., Pachet F., Acquisition des connaissances et improvisation: la Partition Intérieure Interactive, *JIM 97, 4èmes journées d'informatique musicale* (Grame, Lyon, 1997).

Rueda C., Bonnet A., *Situation :* un langage visuel basé sur les contraintes pour la composition musicale, in : Chemillier M., Pachet F. (éds.), *Recherches et applications en informatique musicale* (Paris, Hermès, 1998) 65-74.

Ruwet N., *Langage, musique, poésie* (Paris, Seuil, 1971).

Schaeffer P., *Traité des objets musicaux* (Paris, Seuil, 1966).

Schwanauer S., Levitt D. (eds.), *Machine Models of Music* (MIT Press, 1993).

Steedman M.J., A Generative Grammar for Jazz Chord Sequences, *Music Perception* **2** (1) (1984) 52-77.

Steedman M.J., The Blues and the Abstract Truth: Music and Mentals Models, in: A. Garnham, J. Oakhill (eds.), *Mentals Models in Cognitive Science* (Erlbaum, Mahwah, NJ, 1996).

Szasz G., *Théorie des treillis* (Dunod, Paris, 1971).

Traub P.M., *Bits & Pieces* : A Sonic Installation For The World Wilde Web, Thesis, Dartmouth College, 1999 (music.dartmouth.edu/~peter/bits/thesis/intro.html).

C. Truchet, G. Assayag, P. Codognet, Visual and Adaptive Constraint Programming in Music, *Proceedings of the ICMC,* La Havane, 2001.

Vanuatu. Océanie. Arts des îles de cendre et de corail, catalogue de l'exposition (Paris, Musée des Arts d'Afrique et d'Océanie, 1997).

Vuza D.T., Supplementary Sets - Theory and Algorithms, *Muzica* **6** (1) Bucharest (1995) 75-99.

Xenakis I., Musique stochastique markovienne, *Musiques formelles* (1963), (rééd. Stock, 1981) 61-131.

Zemp H., Aspects of 'Are'are Musical Theory, *Ethnomusicology* **23** (1) (1979) 5-48. Reprint in: *The Garland Library of Readings in Ethnomusicology*, vol. 7 (Garland, New-York, 1990) 225-268.