

**MMIM : Modèles mathématiques pour l'informatique musicale**

*Partie I : Informatique théorique*

Marc Chemillier

Cette partie sera notée sur la moitié de la note finale. Tous les documents sont autorisés. Durée complète de l'épreuve (comportant deux parties) : 2 heures.

**Question 1**

On considère le mot infini périodique suivant sur  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  :

$$0 \ 4 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1 \ 3 \ 4 \ 3 \ 2 \ 4 \ 0 \ 4 \ 3 \ 0$$

**1a-** Calculer son mot dérive. Ce mot est-il redondant au sens vu en cours ?

**1b-** Quelle est sa période ? Que peut-on en conclure concernant la propriété de redondance ?

**Question 2**

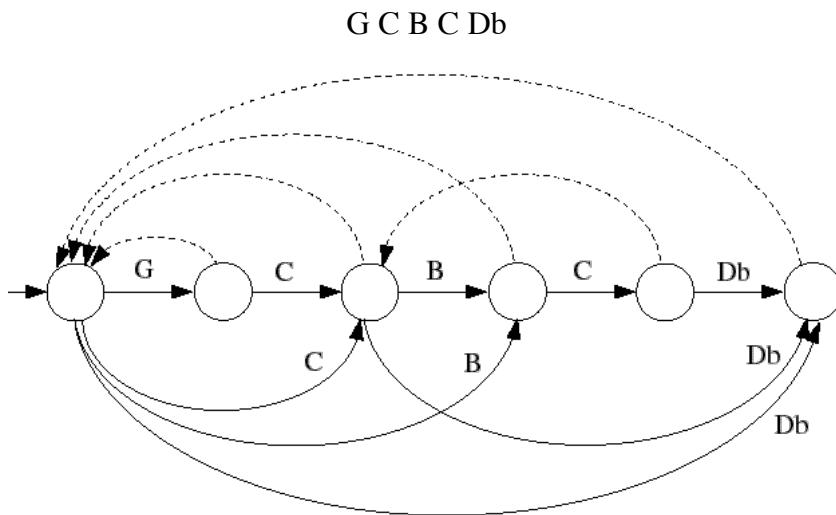
**2a-** La formule rythmique 33322332322 vérifie la propriété de l'imparité. Déterminer le mot sur l'alphabet  $\{a, b\}$  correspondant à la suite de transformations qui permet de construire cette formule.

**2b-** Même question pour 22332322333.

**2c-** Quelle relation existe entre ces deux formules rythmiques ? Même question pour les mots sur  $\{a, b\}$  correspondants.

**Question 3**

L'automate ci-après est l'oracle des facteurs correspondant à ce fragment du thème *Donna Lee* de Charlie Parker (en notation anglo-saxonne) :



**3a-** Compléter l'oracle en rajoutant les deux notes suivantes : D Db

**3a-** Dans le cas général, si un mot  $u$  n'est pas facteur d'un mot  $x$ , que peut-on dire des mots  $v$  qui ont  $u$  comme facteur ? Expliquer.

**3c-** Donner tous les mots reconnus par l'oracle qui ne sont pas facteur de l'extrait de thème ci-dessus, mais dont tous les facteurs le sont. Quels sont les autres mots non reconnus par l'oracle ?

**Réponse1a = 1**

4 2 1 4 4 2 1 4 4 2 1 4 4 2 0

non redondant, car le mot dérivé est de période 19

**Réponse1b = 1**

période 19

ne peut pas être redondant car 19 est premier (la période du mot dérivé divise celle du mot)

**Réponse2a = 1**

(33322, 332322) =  $aababbbb(e, e)$

**Réponse2b = 1**

Il faut permute les deux facteurs : (22333, 223323) =  $bbbbbaaba(e, e)$

**Réponse2c = 1**

Les formules rythmiques sont des permutations circulaires l'une de l'autre :

33322332322

22332322333

Il en est de même des mots sur  $\{a, b\}$  :

$aababbbb$

$bbbbbaaba$

**Réponse3b = 2**

Tout mot  $v$  contenant  $u$  comme facteur ne peut être facteur de  $x$

**Réponse3c = 2**

Mot non facteur dont tous les facteurs sont facteurs du thème : G C Db

Autres mots non facteurs du thème : G C Db D, et G C Db D Db